

# EVOLUȚIA FRAȚIEI DE SOLID LA SOLIDIFICAREA PIESELOR TURNATE DIN OȚEL

# THE SOLID FRACTION EVOLUTION AT STEEL CASTINGS SOLIDIFICATION

Ioan CIOBANU, Aurel CRIȘAN, Sorin Ion MUNTEANU

"Transilvania" University of Brasov, Romania

**Rezumat.** La realizarea aplicațiilor software destinate simulării solidificării pieselor turnate este necesar să se cunoască variația fracției de aliaj solid în funcție de temperatură. În lucrare se prezintă relațiile utilizate de autori pentru modelarea matematică a acestei dependențe în cazul solidificării pieselor turnate din oțeluri nealiante. Relațiile au fost utilizate de autori la realizarea unui soft destinat simulării solidificării pieselor turnate din oțel. Softul realizat se bazează pe un model matematic cu diferențe finite.

**Cuvinte cheie:** solidificare, oțel, modelare, simulare

## 1. Introducere

Pentru realizarea aplicațiilor software destinate simulării solidificării pieselor turnate este necesar să se cunoască evoluția fracției de aliaj solid cu temperatura pe parcursul procesului de solidificare. În literatură se întâlnesc diverse relații care modelează acest proces. În tabelul 1 sunt date câteva relații, utilizate de diverși autori pentru exprimarea variației fracției solidificate cu temperatura în cazul simulării solidificării unor aliaje [2, 4].

Notațiile au următoarele semnificații:  $f_s$  reprezintă fracția solidă și are valori între  $0 \div 1$ ;  $k$  – coeficientul de repartiție dat de relația  $k = C_s/C_L$  ( $C_s$  – este concentrația curbei solidus la temperatura  $T$ ,  $C_L$  – concentrația curbei lichidus la temperatura  $T$ );  $T_T$  – temperatura de topire a componentului pur, în  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T_L$  – temperatura lichidus, în  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T$  – temperatura aliajului, în  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\alpha$  – coeficient dat de relația  $\alpha = 4D_s t_s / (l_d)^2$ ;  $D_s$  – coeficient de difuzie chimică, în  $(\text{m}^2)/\text{s}$ ;  $t_s$  – timpul de solidificare local, în secunde;  $l_d$  – spațiul interdendritic, în  $\mu\text{m}$ ;  $\omega = 1 - \exp(-1/\alpha) - (1/2)\exp(-1/2\alpha)$ .

Relațiile prezentate în tabelul 1 sunt utilizabile numai pentru anumite aliaje. Acestea nu pot fi utilizate pentru aliaje care formează la solidificare compus peritectic sau eutectic. De asemenea ele sunt utilizabile în ipotezele enunțate de autorii care le-au propus. Relațiile (1 ÷ 4) au fost utilizate de autori în cazul modelării microsolidificării unor aliaje neferoase [2 ÷ 4].

**Abstract.** To create software for casting solidification simulation it is necessary to know the variation of the solidified alloy fraction in function of temperature. In the paper there are presented the equations used by authors to mathematical model this dependence in the case of unalloyed steel castings solidification. These equations were used by authors to create software designated to simulate the steel castings solidification. The software realized is based on a finite differences mathematical model.

**Key words:** solidification, steel, modelling, simulation

## 1. Introduction

To create software for casting solidification simulation it is necessary to know the evolution of the solidified alloy fraction in function of temperature during solidification process. In the technical literature there are given divers equation to model this process. In table 1 there are given some equations, used by divers authors in modelling the solid fraction variation with temperature, in the case of solidification modelling for any alloys [2, 4].

The symbols have the following meanings:  $f_s$  represent the solid fraction and has values between  $0 \div 1$ ;  $k$  – repartition coefficient given by  $k = C_s/C_L$  ( $C_s$  – solidus curve concentration at  $T$  temperature,  $C_L$  – liquidus curve concentration at  $T$  temperature);  $T_T$  – melting temperature for pure component, in  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T_L$  – liquidus temperature, in  $^{\circ}\text{C}$ ;  $T$  – alloy temperature, in  $^{\circ}\text{C}$ ;  $\alpha$  – coefficient given by  $\alpha = 4D_s t_s / (l_d)^2$ ;  $D_s$  – chemical diffusion coefficient, in  $(\text{m}^2)/\text{s}$ ;  $t_s$  – local solidification time in seconds;  $l_d$  – inter dendritic space, in  $\mu\text{m}$ ;  $\omega = 1 - \exp(-1/\alpha) - (1/2)\exp(-1/2\alpha)$ .

The equations presented in table 1 are useful only for some alloys. These equations cannot be used for alloys that form peritectic or eutectic compound at solidification. In addition, they are useful under the hypotheses enunciated by authors. Authors in the case of macrosolidification modelling for nonferrous alloys [2 ÷ 4] used the equations (1 ÷ 4).

Tabelul 1. Relații de dependență a fracției solidificate de temperatură [2, 4]  
 Table 1. The dependence of the solidification fraction on temperature [2, 4]

| No. | Equation to compute solid fraction ( $f_S$ ) in function of temperature ( $T$ )                            | Author (Year)               | Equation no. |
|-----|--|-----------------------------|--------------|
| 1   | $f_S = \frac{1}{1-k} \cdot \frac{T_L - T}{T_T - T}$  | Lever Law                   | (1)          |
| 2   | $f_S = 1 - \left( \frac{T_T - T}{T_T - T_L} \right)^{\frac{1}{k-1}}$                                       | Scheil Model (1942)         | (2)          |
| 3   | $f_S = (1 + \alpha k) \left[ 1 - \left( \frac{T_T - T_L}{T_T - T} \right)^{\frac{1}{1-k}} \right]$         | Brody-Flemings Model (1966) | (3)          |
| 4   | $f_S = \frac{1}{1-2\alpha k} \cdot \left( 1 - \frac{T_T - T}{T_T - T_L} \right)^{\frac{1-2\alpha k}{k-1}}$ | Kurz Modelul (1981)         | (4)          |

Se poate considera că în cazul unor răciri lente, macrosolidificarea aliajelor se desfășoară în concordanță cu diagramele de echilibru, deoarece procesul de subrăcire la germinare este relativ redus. În cazul aplicațiilor software pentru simularea macrosolidificării pieselor turnate, variația fracției solidificate se poate determina cu ajutorul diagramelor de echilibru, prin aplicarea legii pârghiei. Relațiile de modelare a dependenței fracției solidificate în funcție de temperatură trebuie particularizate pentru fiecare tip și compoziție de aliaj, în concordanță cu diagramele de echilibru.

Deoarece oțelurile prezintă transformare peritectică, evoluția fracției de solid cu temperatura la solidificarea acestora este mai complexă decât în cazul fontelor. Ca urmare modelele matematice și aplicațiile destinate simulării macrosolidificării pieselor turnate din oțel sunt mai complexe. În această lucrare se prezintă relațiile matematice care modelează variația fracției de solid în funcție de temperatură în cazul oțelurilor. Acestea au fost utilizate de autori pentru realizarea unui soft destinat simulării solidificării pieselor turnate din oțel. Modelul matematic al software-ului realizat se bazează pe metoda diferențelor finite.

## 2. Modelarea matematică a temperaturii de solidificare a oțelurilor

În condițiile unei răciri lente, solidificarea tuturor aliajelor, inclusiv a aliajelor Fe-C are loc în conformitate cu diagrama de echilibru. Diagrama de echilibru furnizează date privind temperaturile critice (temperaturile lichidus și solidus), constituenții și fazele care se formează în condiții de echilibru la solidificare și fracția de fază solidă care

It can be considered that in the case of slow cooling, the alloys macro solidification develop in concordance with equilibrium diagrams, because the under cooling process at germination is relatively reduced. In the case of software for castings macro solidification simulation, the solid fraction variation can be determined applying the lever law. The equations to model the solid fraction dependence by temperature must be singularized for each alloy type and composition, in concordance with each equilibrium diagram specificity.

Because steels present a peritectic transformation, the solid fraction evolution with temperature at their solidification is more complex than in the case of cast irons. As result, the mathematical models and software designated for steel castings macro solidification simulation are more complex. In this paper there are presented the mathematical equations that model the solid fraction variation in function of temperature in the case of steels. Authors, to realise software for steel castings solidification, used these equations. The mathematical model of the software is based on finite differences method.

## 2. Mathematical modelling of steels solidification temperature

In the slow cooling conditions, all alloys solidification (including Fe-C alloys) develops in conformity with equilibrium diagram. The equilibrium diagram gives information about critical temperatures (liquidus and solidus), constitutes and phases formed in solidification equilibrium conditions and solid fraction in

este în echilibru la diverse temperaturi.

De aceea studiile în vederea modelării și a simulării solidificării aliajelor au la bază diagramele de echilibru. Diagrama de echilibru a aliajelor Fe-C este redată în figura 1.

equilibrium at various temperatures.

For this reason, the studies for modelling and simulation the alloys solidification (macro and micro solidification) are based on equilibrium diagrams. The equilibrium diagram for Fe-C alloys is presented in figure 1.

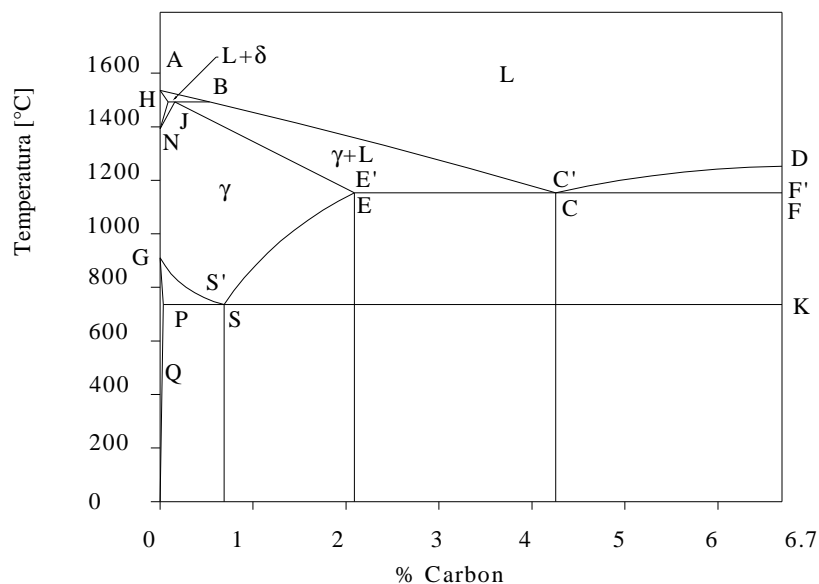


Figura 1. Diagrama de echilibru Fe-C (Fe-Fe<sub>3</sub>C)  
Figure 1. Equilibrium diagram Fe-C (Fe-Fe<sub>3</sub>C)

Tabelul 2. Coordonatele punctelor critice din diagrama de echilibru Fe-C (C', E', F', S' - notații pentru diagrama stabilă) [1]  
Table 2. Critical points coordinates from equilibrium diagram Fe - C (C', E', F', S' - notation for stable diagram) [1]

| Critical point | Temperature, in °C |              |                        |                           | Carbon content, in % |              |                        |                           |
|----------------|--------------------|--------------|------------------------|---------------------------|----------------------|--------------|------------------------|---------------------------|
|                | Hansen (1958)      | STAS 2500-66 | Metals Handbook (1973) | Giesserei Kalender (1986) | Hansen (1958)        | STAS 2500-66 | Metals Handbook (1973) | Giesserei Kalender (1986) |
| A              | 1534               | 1536         | 1538                   | 1536                      | 0                    | 0            | 0                      | 0                         |
| B              | 1493               | 1493         | 1495                   | 1493                      | 0.51                 | 0.5          | 0.5                    | 0.533                     |
| C              | 1147               | 1147         | 1148                   | 1147                      | 4.3                  | 4.3          | 4.3                    | 4.302                     |
| C'             | 1153               | 1153         | 1154                   | 1153                      | 4.25                 | -            | 4.26                   | 4.256                     |
| D              | -                  | -            | -                      | 1252                      | 6.67                 | 6.67         | 6.67                   | 6.689                     |
| E              | 1147               | 1147         | 1148                   | 1147                      | 2.06                 | 2.04         | 2.11                   | 2.14                      |
| E'             | 1153               | 1153         | 1154                   | 1153                      | 2.03                 | -            | 2.08                   | 2.089                     |
| F              | 1147               | 1147         | 1148                   | 1147                      | 6.67                 | 6.67         | 6.67                   | 6.689                     |
| G              | 910                | 911          | 912                    | 911                       | 0                    | 0            | 0                      | 0                         |
| H              | 1493               | 1493         | 1495                   | 1493                      | 0.1                  | 0.1          | 0.10                   | 0.086                     |
| J              | 1493               | 1493         | 1495                   | 1493                      | 0.16                 | -            | 0.16                   | 0.16                      |
| K              | 723                | 723          | 727                    | 727                       | 6.67                 | 6.67         | 6.67                   | 6.689                     |
| L              | 500                | 400          | 400                    | -                         | 6.67                 | 6.67         | 6.67                   | -                         |
| M              | 768                | 769          | 770                    | -                         | -                    | -            | -                      | -                         |
| N              | 1390               | 1392         | 1394                   | 1392                      | 0                    | 0            | 0                      | 0                         |
| O              | 768                | 769          | 770                    | -                         | -                    | -            | -                      | -                         |
| P              | 723                | 723          | 727                    | 727                       | 0.02                 | -            | 0.0218                 | 0.034                     |
| Q              | 500                | 400          | 400                    | -                         | 0.006                | -            | 0.002                  | -                         |
| S              | 723                | 723          | 727                    | 727                       | 0.8                  | 0.8          | 0.77                   | 0.758                     |
| S'             | 738                | 738          | 738                    | 736                       | 0.69                 | -            | 0.68                   | 0.688                     |

Tabelul 3. Ecuțiile temperaturilor lichidus și solidus a aliajelor fier carbon  
Table 3. Liquidus and solidus temperature equations for iron-carbon alloys

| Nr. crt. | Line type | Line symbol | Validity range     | Equation                                     |
|----------|-----------|-------------|--------------------|--|
| u.m.     | -         | -           | %C                 | $T$ [ $^{\circ}$ C] and $C$ [%]              |
| 1        | Lichidus  | AB          | $0 \div 0.533$     | $T_{AB} = -80.6754 \cdot C + 1536$           |
| 2        | Lichidus  | BC          | $0.533 \div 4.302$ | $T_{BC} = -91.8015 \cdot (C - 0.533) + 1493$ |
| 3        | Solidus   | AH          | $0 \div 0.086$     | $T_{AH} = -500 \cdot C + 1536$               |
| 4        | Solidus   | HJ          | $0.086 \div 0.16$  | $T_{HJ} = 1493$                              |
| 5        | Solidus   | JE          | $0.16 \div 2.14$   | $T_{JE} = -168.4518 \cdot (C - 0.16) + 1493$ |

Particularitatea principală a acestei diagrame de echilibru constă în aceea că ea prezintă două aspecte, aspectul stabil (Fe-C) și aspectul metastabil (Fe-Fe<sub>3</sub>C). Oțelurile nealiate, inclusiv oțelurile turnate în piese, se solidifică totdeauna după diagrama metastabilă. În tabelul 2 sunt date coordonatele punctelor critice din diagrama de echilibru fier – carbon după diverși autori (C', E', F', S' sunt notațiile pentru diagrama stabilă).

La realizarea modelelor matematice realizate în cadrul acestei lucrări s-au utilizat valorile furnizate de Giesserei Kalender (1986), considerând că acestea sunt mai recente și deci mai realiste.

Pentru aliajele utilizate în practică, care conțin și elemente însoțitoare, coordonatele unor puncte critice din diagrama de echilibru se pot calcula în funcție de compoziția chimică prin relații matematice. Astfel, solubilitatea maximă a carbonului în austenită la temperatura eutectică ( $C_E$  – concentrația în carbon a punctului E din diagrama de echilibru) se poate calcula prin relația [1]:

$$C_E = 2.03 - 2.08 \cdot Ti - 0.35 \cdot P - 0.3 \cdot Mo - 0.12 \cdot W - 0.11 \cdot Si - 0.09 \cdot Ni - 0.08 \cdot S - 0.07 \cdot Cr - 0.017 \cdot Co + 0.006 \cdot Mn + 0.014 \cdot Cu + 0.08 \cdot Al + 0.18 \cdot V, \quad [\%] \quad (5)$$

Temperaturile de transformare eutectică în sistemul stabil ( $T_C$ ) și în sistemul metastabil ( $T_C$ ) se pot calcula în funcție de conținutul de elemente de aliere prin relațiile [1]:

$$T_C = T_{C\text{stab}} = 1153 + 7.5 \cdot Si - 30 \cdot P - 2 \cdot Cr, \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (6)$$

$$T_C = T_{C\text{met}} = 1145 - 10 \cdot Si - 30 \cdot P + 30 \cdot Cr, \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (7)$$

Pentru calculul temperaturilor lichidus și solidus ale oțelurilor turnate nealiate se utilizează diagrama metastabilă. Temperaturile de început de solidificare a aliajelor Fe – Fe<sub>3</sub>C utilizate în turnătorii (oțeluri OT și fonte albe) pentru turnarea în piese, sunt date de linia ABCD (linia lichidus), iar temperaturile sfârșitului de solidificare sunt date de linia AHJECF (linia solidus). Pentru a fi posibilă modelarea matematică a solidificării în vederea realizării de software destinat simulării acestui proces, este necesar ca temperatura corespunzătoare

The main feature of this equilibrium diagram is that it present two aspects, one stable (Fe-C) and another metastable (Fe-Fe<sub>3</sub>C). The unalloyed steel, including those in castings, all time solidify in concordance with metastable diagram. In the table 2 are given the critical points coordinates from iron–carbon equilibrium diagram (C', E', F', S' are notation for stable diagram).

To realise the mathematical models in this research it will be used the values given by Giesserei Kalender (1986) considering that are more recent and more realistic.

For the alloys used in practice, that contains accompanying elements, the coordinates for some critical points from equilibrium diagram can be calculated in function of chemical composition using mathematical equations. So, the maximum solubility of carbon in austenite at eutectic temperature ( $C_E$  – carbon concentration in E point from equilibrium diagram) is given by relation [1]:

The eutectic transition temperatures in the stable system ( $T_C$ ) and in the metastable system ( $T_C$ ) can be calculated in rapport of alloying elements content using the equations [1]:

To calculate the liquidus and solidus temperatures of the unalloyed steels the metastable diagram can be used. The solidification starting temperature for Fe – Fe<sub>3</sub>C alloys used in foundries (OT steels and white cast iron) for castings, are given by ABCD line (liquidus line) and solidification ending temperature are given by AHJECF line (solidus line). To make possible the solidification mathematical modelling with the aim of creation software designated to simulate the process it is necessary to express the temperature

acestor curbe să se exprime analitic în funcție de procentul de carbon. Cea mai simplă aproximare a ecuației acestor curbe este prin curbe de gradul unu. O astfel de aproximare este suficient de apropiată de realitate. Aproximarea prin ecuații de gradul unu asigură o modelare matematică mai simplă a procesului de solidificare, conducând la programe pentru calculator mai simple. În aceste condiții, ecuațiile curbelor lichidus și solidus din diagrama de echilibru fier – carbon metastabilă sunt următoarele:

Ecuția curbei AB, curba lichidus pentru aliaje Fe – C (oțeluri turnate nealiante), cu conținut de carbon între 0 ÷ 0,533 %C:

$$T_{lichidus} = T_{AB} = \frac{T_B - T_A}{C_B - C_A} \cdot (C - C_A) + T_A, [^{\circ}\text{C}] \quad (8)$$

Pentru aliaje Fe – Fe<sub>3</sub>C cu conținut de carbon între 0,533 ÷ 4,302 % (oțeluri și fonte hipoeutectice) ecuația curbei lichidus (curba BC) este:

$$T_{lichidus} = T_{BC} = \frac{T_C - T_B}{C_C - C_B} \cdot (C - C_B) + T_B, [^{\circ}\text{C}] \quad (9)$$

Curbele solidus au ecuații asemănătoare. Astfel curba AH pentru conținuturi de carbon 0 ÷ 0,086 % are ecuația:

$$T_{solidus} = T_{AH} = \frac{T_H - T_A}{C_H - C_A} \cdot (C - C_A) + T_A, [^{\circ}\text{C}] \quad (10)$$

Curba JE corespunde unor conținuturi de carbon 0,16 ÷ 2,14 % și are ecuația:

$$T_{solidus} = T_{JE} = \frac{T_E - T_J}{C_E - C_J} \cdot (C - C_J) + T_J, [^{\circ}\text{C}] \quad (11)$$

În relațiile (8) ÷ (11),  $C$  reprezintă conținutul de carbon în procente în aliajul analizat,  $T_A, T_B, T_C, T_H, T_J, T_E$  reprezintă temperaturile punctelor critice din diagrama fier – carbon, iar  $C_A, C_B, C_C, C_H, C_J, C_E$  – conținuturile de carbon în procente corespunzătoare punctelor critice.

În tabelul 3 sunt date ecuațiile cu coeficienți numerici obținute pentru aceste curbe pe baza valorilor temperaturilor și conținuturile de carbon din tabelul 2 (valori după Giesserei Kallender).

### 3. Variația fracției de solid la solidificarea oțelurilor

Expresia fracției de solid la solidificarea oțelurilor turnate nealiante s-a determinat prin aplicarea legii pârghiei la diagrama de echilibru a aliajelor fier – carbon.

Pentru oțeluri cu conținut de carbon în intervalul 0 ÷ 0,086 %C ( $0 \leq C \leq C_H$ ) variația fracției solidificate în intervalul de solidificare  $T_L \div T_S$  se modelează conform schemei din figura 2 și este dată de relația:

corresponding to these curves in function of carbon percent. The easiest approximation of this dependence is by first grade curves. This approximation is very close to reality. The approximation by first grade equations assures a simplest mathematical model for the solidification process, conducting to simplest computer programs. In these conditions, the equations for liquidus and solidus curves from iron – carbon metastable equilibrium diagram (figure 1) are the followings:

The equation for AB curve, liquidus curve for Fe – C alloys (unalloyed cast steels), with carbon content between 0 ÷ 0.533 %C:

For Fe – Fe<sub>3</sub>C alloys with carbon content between 0.533 ÷ 4.302 % (hypoeutectic steels and cast irons) the liquidus curve equation (BC curve) is:

The solidus curves have similar equations. So the AH curve for carbon content of 0 ÷ 0.086 % is given by:

The JE curve corresponding to carbon contents 0.16 ÷ 2.14 % has the equation:

In the equations (8) ÷ (11),  $C$  represent carbon percent in the analyzed alloy,  $T_A, T_B, T_C, T_H, T_J, T_E$  represent the critical point temperatures from iron – carbon diagram, and  $C_A, C_B, C_C, C_H, C_J, C_E$  – the carbon percent corresponding to critical points.

In table 3 are given the equations with numerical coefficients for this curves obtained based on temperature values and carbon content from table 2 (values from Giesserei Kallender).

### 3. The solidified fraction variation at steels solidification

The solid fraction equation at unalloyed steel castings solidification was determined by applying the lever law for equilibrium diagram of iron – carbon alloys.

For steels with carbon content in the range 0 ÷ 0,086 %C ( $0 \leq C \leq C_H$ ) the solid fraction variation in the solidification interval  $T_L \div T_S$  was modelled using the sketch from figure 2 and is given by the equation:

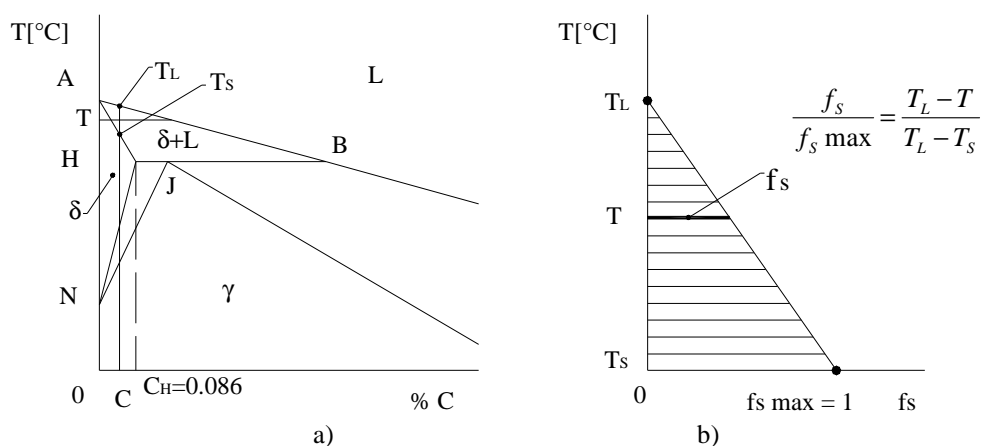


Figura 2. Schemă pentru calculul fracției solidificate la aliaje Fe – C cu conținut de carbon  $0 \leq C \leq C_H$  ( $0 \leq C \leq 0,086$  %C); a) diagrama Fe – C; b) variația fracției solidificate în funcție de temperatură între  $T_L$  și  $T_S$

Figure 2. Diagram to compute the solidification fraction for Fe – C alloys with carbon content  $0 \leq C \leq C_H$  ( $0 \leq C \leq 0.086$  %C); a) Fe – C diagram; b) the solidification fraction depending on temperature between  $T_L$  and  $T_S$

$$f_S = \frac{T_L - T}{T_L - T_S} \quad (12)$$

unde  $T_L$  reprezintă temperatura lichidus (linia AB), iar  $T_S$  temperatura solidus (linia AH).

Pentru oțeluri cu conținut de carbon cuprins în intervalul  $0,086 \div 0,16$  %C (oțeluri situate în dreptul orizontalei peritectice între  $C_H$  și  $C_J$ ) fracția solidificată la o temperatură  $T$ , cuprinsă în intervalul de temperatură  $T_L$  (linia AB) și  $T_{HJB}$  (temperatura peritectică) se stabilește pe baza schemei din figura 3 și este dată de relația:

$$f_S = \frac{T_L - T}{T_L - T_H} \cdot f_S^* = \frac{T_L - T}{T_L - T_H} \cdot \frac{C_B - C}{C_B - C_H} \quad (13)$$

În această relație  $f_S^*$  reprezintă fracția solidificată în imediata apropiere a orizontalei peritectice (la temperatura  $T_H$ ). Valoarea fracției  $f_S^*$  se obține prin aplicarea legii pârghiei la nivelul orizontalei peritectice și are valoarea:

$$f_S^* = \frac{C_B - C}{C_B - C_H} \quad (14)$$

unde C reprezintă conținutul de carbon (în %) din oțel.

Fracția solidificată calculată cu ajutorul relației (13) ia valori între 0 și  $f_S^*$ . La această gamă de aliaje fracția de lichid rămasă la temperatura peritectică  $f_L^* = (1 - f_S^*)$  se solidifică la temperatură constantă prin transformarea peritectică, eliberând căldura latentă de solidificare.

Pentru oțeluri cu conținut de carbon în intervalul  $0,16 \div 0,533$  %C (oțeluri cu transformare peritectică cu compoziție între  $C_J$  și  $C_B$ ) intervalul de solidificare este cuprins între temperatura lichidus (curba AB) și temperatura solidus (curba JE). Fracția solidificată se exprimă pe baza schemei din figura 4.

where:  $T_L$  – the alloy liquidus temperature (AB line) and  $T_S$  – solidus temperature (AH line).

For steels with carbon content in the range  $0.086 \div 0.16$  %C (alloys situated in line with peritectic horizontal between  $C_H$  and  $C_J$ ), the solid fraction at a temperature  $T$ , in the temperature interval  $T_L$  (AB line) and  $T_{HJB}$  (peritectic temperature) can be established based on the sketch from figure 3 and is given by:

In this equation  $f_S^*$  represent the solid fraction in the vicinity of peritectic horizontal (at temperature  $T_H$ ). Its value ( $f_S^*$ ) can be obtained using the lever law at the peritectic horizontal level and has the value:

where C represent the steels carbon content (in %).

The solid fraction calculated with equation (13) has values between 0 and  $f_S^*$ . At this range of alloys the liquid fraction rest at peritectic temperature  $f_L^* = (1 - f_S^*)$  solidify at constant temperature by peritectic transformation, releasing the latent solidification heat.

For steels with a carbon content in the range  $0.16 \div 0.533$  %C (alloys with peritectic transformation and composition between  $C_J$  and  $C_B$ ) the solidification interval is comprised between liquidus temperature (AB curve) and solidus temperature (JE curve). The solid fraction is expressed based on sketch from figure 4.

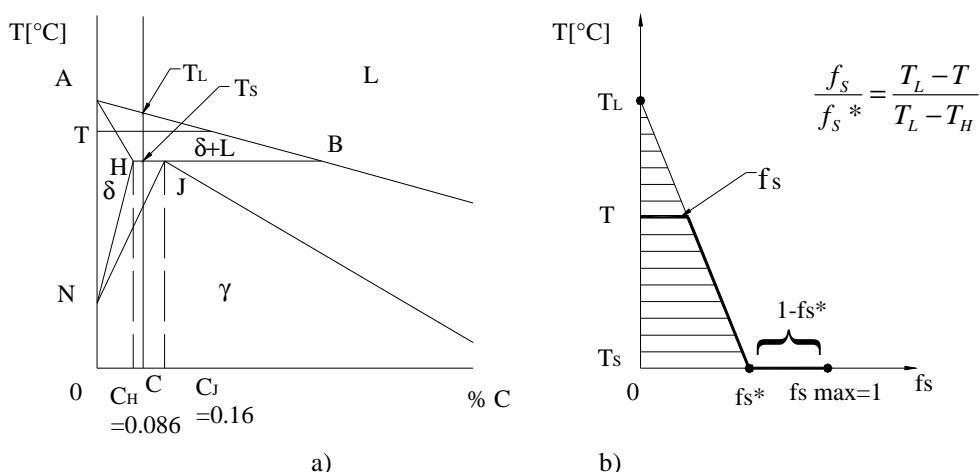


Figura 3. Schemă pentru calculul fracției solidificate la aliaje Fe – C cu conținut de carbon  $C_H \leq C \leq C_J$  ( $0,086 \leq C \leq 0,16 \%$ ); a) diagrama Fe – C; b) variația fracției solidificate în funcție de temperatură între  $T_L$  și  $T_S$   
 Figure 3. Diagram to compute the solidification fraction for Fe – C alloys with carbon content  $C_H \leq C \leq C_J$  ( $0.086 \leq C \leq 0.16 \%$ ); a) Fe – C diagram; b) the solidification fraction depending on temperature between  $T_L$  and  $T_S$

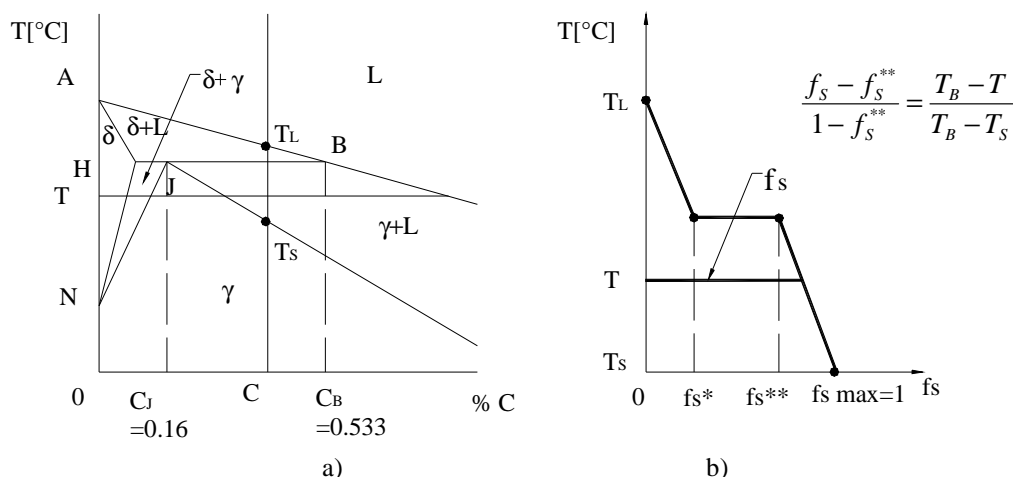


Figura 4. Schemă pentru calculul fracției solidificate la aliaje Fe – C cu conținut de carbon  $C_J \leq C \leq C_B$  ( $0,16 \leq C \leq 0,533 \%$ ); a) diagrama Fe – C; b) variația fracției solidificate în funcție de temperatură între  $T_L$  și  $T_S$   
 Figure 4. Diagram to compute the solidification fraction for Fe – C alloys with carbon content  $C_J \leq C \leq C_B$  ( $0.16 \leq C \leq 0.533 \%$ ); a) Fe – C diagram; b) the solidification fraction depending on temperature between  $T_L$  and  $T_S$

În intervalul de temperatură cuprins între  $T_L$  și  $T_{HJB}$  fracția solidificată este dată de relația (13). La acest tip de aliaje o parte din fracția lichidă rămasă la temperatura peritectică ( $T_{HJB} = 1493$  °C) se solidifică la temperatură constantă conform transformării peritectice. Frația de solid care se solidifică la temperatură constantă (la temperatura peritectică) este dată de relația:

$$\Delta f_{peritectic} = f_S^{**} - f_S^* \quad (15)$$

unde  $f_S^{**}$  reprezintă fracția de solid calculată pe baza legii pârghiei imediat sub orizontala peritectică. Valoarea fracției  $f_S^{**}$  este dată de relația:

$$f_S^{**} = \frac{C_B - C}{C_B - C_J} \quad (16)$$

In the temperature range  $T_L$  and  $T_{HJB}$  the solid fraction is given by equation (13). At this alloy type a part of the liquid fraction rested at peritectic temperature ( $T_{HJB} = 1493$  °C) solidify at constant temperature in conformity with peritectic transformation. The solid fraction that solidify at constant temperature (peritectic temperature) is given by the equation:

where  $f_S^{**}$  represent the solid fraction calculated with the lever law quite under the peritectic horizontal. Its value ( $f_S^{**}$ ) is given by equation:

La această gamă de oțeluri, sub orizontala peritectică, fracția solidificată se calculează conform schemei din figura 4b prin relația:

$$f_S = f_s^{**} + \frac{T_B - T}{T_B - T_S} \cdot (1 - f_s^{**}) \quad (17)$$

În această relație  $T_S$  reprezintă temperatura solidus a aliajului dată de curba JE.

Pentru oțeluri cu conținut de carbon în intervalul 0,533 ÷ 2,14 %C (între  $C_B$  și  $C_E$ ) fracția solidificată se calculează pe baza schemei din figura 5. În acest caz fracția de solid la temperaturi  $T$ , cuprinse în intervalul de solidificare ( $T_L - T_S$ ) este dată de relația:

$$f_S = \frac{T_L - T}{T_L - T_S} \quad (18)$$

unde  $T_L$  este temperatura lichidus a aliajului situată pe linia BC, iar  $T_S$  este temperatura solidus situată pe linia JE. Frația solidificată calculată cu această relație ia valori între  $f_S = 0 \div 1$ .

At this range of steels, under the peritectic horizontal, the solid fraction is computed using the sketch from figure 4b with the equation:

where  $T_S$  represent the alloy solidus temperature given by JE curve.

For steels with carbon content in the range 0.533 ÷ 2.14 %C (between  $C_B$  and  $C_E$ ) the solid fraction can be computed based on the sketch from figure 5. In this case the solid fraction at  $T$  temperature, inside the solidification range ( $T_L - T_S$ ) is given by the equation:

where  $T_L$  is alloy liquidus temperature situated on BC line, and  $T_S$  is the solidus temperature situated on JE line. The solid fraction calculated with this equation has values in the range  $f_S = 0 \div 1$ .

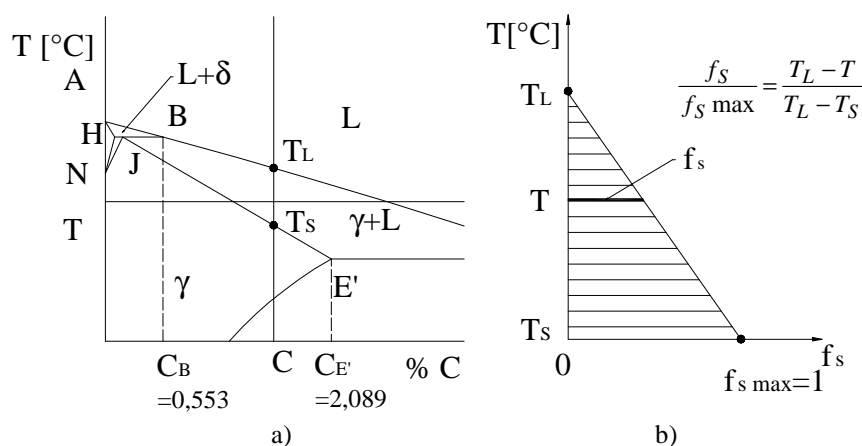


Figura 5. Schemă pentru calculul fracției solidificate la aliaje Fe – C cu conținut de carbon  $C_B \leq C \leq C_E$  ( $0,533 \leq C \leq 2,14$  %C); a) diagrama Fe – C; b) variația fracției solidificate în funcție de temperatură între  $T_L$  și  $T_S$

Figure 5. Diagram to compute the solidification fraction for Fe – C alloys with carbon content  $C_B \leq C \leq C_E$  ( $0.533 \leq C \leq 2.14$  %C); a) Fe – C diagram; b) the solidification fraction depending on temperature between  $T_L$  and  $T_S$

#### 4. Concluzii

Se observă că în cazul oțelurilor nealiat variația fracției solidificate cu temperatura este influențată foarte mult de compoziția chimică. Din această cauză nu se poate elabora un model matematic unic pentru simularea solidificării întregii game de oțeluri turnate. Practic pentru fiecare grupă de oțeluri (cu 0 – 0,086 %C, cu 0,086 – 0,16 %C, cu 0,16 – 0,533 %C și cu 0,533 – 2,14 %C) trebuie elaborat un model matematic și un soft destinat simulării solidificării. Pentru practica industrială cel mai mare interes îl prezintă grupa cu 0,16 – 0,533 %C, grupă în care se încadrează cele mai multe mărci de oțeluri nealiat turnate în piese.

#### 4. Conclusions

It can be observed that in the case of unalloyed steels the solidified fraction variation with temperature is much influenced by the chemical composition. For this reason, it cannot be elaborated a single mathematical model to simulate the solidification for entire range of cast steels. Practically for each group of steels (with 0 – 0.086 %C, with 0.086 – 0.16 %C, with 0.16 – 0.533 %C and with 0.533 – 2.14 %C) a mathematical model and a simulation software must be created. For industrial use the greatest interest is presented by the group with 0.16 – 0.533 %C, that comprises the most unalloyed steel marks used for casting.

În cazul oțelurilor aliate diagramele de echilibru suferă modificări substanțiale. De aceea pentru modelarea matematică a solidificării pieselor turnate din oțeluri aliate este necesar să se analizeze diagramele de echilibru a acestor oțeluri. Modelele matematice și respectiv aplicațiilor software destinate simulării solidificării pieselor turnate din oțeluri aliate trebuie să se elaboreze în concordanță cu aceste diagrame. Utilizarea în cazul oțelurilor aliate a aplicațiilor software concepute pentru simularea solidificării oțelurilor nealiate nu este corectă și poate conduce la erori.

In the case of alloyed steels, the equilibrium diagrams have substantial modifications. For this reason to mathematical model the alloyed steel castings solidification, it is necessary to analyze the equilibrium diagrams for these steels. The mathematical models and software designated to castings solidification simulation of unalloyed steels must be elaborated in concordance with these diagrams. The use for alloyed steels of the software conceived to simulate the unalloyed steels castings is not correct and can lead to errors.

### References

1. Crișan, A.: *Cast iron melting and casting*. "Transilvania" University Press, Brașov, 1996 (in Romanian)
2. Soporan, V., Vamoș, C., Pavai, C.: *Solidification numerical modelling*. "Dacia" Publishing House, Cluj-Napoca, 2003 (in Romanian)
3. Sofroni, L., Brabie, V., Bratu, C.: *Theoretical basis of casting*. "Didactică și Pedagogică" Publishing House, Bucharest, 1980 (in Romanian)
4. Soporan, V., Constantinescu, V.: *Solidification modelling at macrostructural level*. "Dacia" Publishing House, Cluj-Napoca, 1995 (in Romanian)
5. Soporan, V., Constantinescu, V., Crișan, M.: *Alloys solidification*. "Transilvania" Publishing House, Cluj-Napoca, 1995 (in Romanian)
6. Ștefănescu, D.: *Science and Engineering of Casting Solidification*. Department of Material Engineering, University of Alabama, Tuscaloosa, 2001, ISBN 0-306-46750-X

Lucrare primită în Iunie 2008

Received in June 2008