

# UN MODEL DE MIȘCARE ȘI DE SOLICITARE AL BICICLETEI

# A MOVEMENT AND STRAIN MODEL OF THE BICYCLE

Romeo CIOARĂ, Ovidiu SÎRBU

Transilvania University of Brasov, Romania

**Rezumat.** Bicicleta este un mijloc de transport și de recreare foarte popular, nepoluant, cu veche tradiție și de viitor. Ca urmare este justificat interesul pentru realizarea unor biciclete perfecționate, cu caracteristici îmbunătățite.

De mare interes este conceperea unor transmisii care să permită biciclistului deplasarea cu viteza dorită în condiții de drum și de rezistență la înaintare diferite.

Lucrarea de față prezintă un scurt istoric al bicicletei și un model simplu de mișcare și de solicitare al acesteia, ca etapă inițială necesară în vederea unei analize critice a transmisiilor utilizate în prezent la biciclete.

Pe baza modelului elaborat se face o analiză a variației parametrilor de mișcare și de solicitare a bicicletei, punându-se în evidență diverse corelații ale variațiilor acestora.

**Cuvinte cheie:** bicicletă, scurt istoric, model de mișcare și de solicitare

## 1. Bicicleta – scurt istoric

Strămoșul bicicletei este considerat celeriferul, figura 1, inventat în 1790 de către contele francez Sivrac. Acesta era un ansamblu format din două roți de lemn, legate între ele printr-un cadru tot din lemn. Utilizatorul stătea pe o șa plasată în partea din spate și împingea celeriferul cu picioarele. Schimbarea de direcție se făcea printr-o smucitură imprimată părții din față.

Baronul german Karl Drais von Sauerbronn a inventat "Laufmaschine" sau "mașina de alergat", cunoscută sub numele de drezină, figura 2, asemănătoare cu celeriferul, dar care avea roata din față orientabilă. Acest strămoș al bicicletei nu avea pedale, deci nici transmisie. Această invenție a fost prezentată la Paris, la 6 aprilie 1818.

În 1830 scoțianul Thomas McCall construiește o drezină, figura 3, la care roata din spate este antrenată printr-un mecanism cu bare articulate.

Apariția pedalei, figura 4, care asigură propulsia prin acționarea directă a vehiculului și nu prin atingerea pământului, este controversată ca dată de apariție și autor. Unele surse menționează ca autor pe mecanicul german Heinrich Fischer, în 1849, alții pe frații Ernest și Pierre Michaux, rotari din Paris, în 1860.

Este recunoscut cert că frații Michaux inventează velocipedul, figura 5, care era o bicicletă (inițial tot din lemn) cu două roți inegale. Ca an de apariție se menționează fie 1865, fie 1870. Roata

**Abstract.** The bicycle is an extremely popular, non-polluting means of transportation and leisure, of ancient tradition and high perspectives. Therefore, the interest in manufacturing perfected bicycles with improved characteristics is justified.

Designing gearings that should allow the bicyclist to move along at the desired speed under various conditions of road and resistance to advancement is of high interest.

The paper herein submits a brief history and a simple movement and strain model of the bicycle, as necessary initial stage to the purpose of a critical analysis upon the gearings currently used in bicycles.

Based on the elaborated model, an analysis of the variation in the movement and strain parameters of the bicycle are performed, different correlations of their variations being enhanced.

**Key words:** bicycle, brief history, movement and strain model

## 1. Bicycle – brief history

The ancestor of the bicycle is deemed the celerifere, figure 1, invented in 1790, by the French earl Sivrac. This is an assembly consisting in two wooden wheels, connected through a frame likewise in wood. The user was perched on a seat placed rearwards and pushed the celerifere with his feet. The change of direction was achieved through a jerking imprinted to the front part.

The German baron Karl Drais von Sauerbronn invented "Laufmaschine" or "running machine", known under the name of Draisienne, figure 2, similar to the celerifere, however with guidable front wheel. This bicycle ancestor had no pedals, therefore no gearing mechanism. This invention was submitted in Paris, in the 6<sup>th</sup> of April 1818.

In 1830 the Scotsman Thomas McCall builds a Draisienne, figure 3, wherein the rear wheel is driven through a hinged-rail mechanism.

The apparition of the pedal, figure 4, ensuring the propulsion through directly driving the vehicle and not through kicking the ground, is controversial as apparition date and as author. Some sources mention as author the German mechanic Heinrich Fischer, in 1849, some others the brothers Ernest and Pierre Michaux, wheel-wrights from Paris, in 1860.

It is firmly acknowledged that the brothers Michaux invented the velocipede, figure 5, which was a bicycle (initially likewise in wood) with unequal wheels. As apparition year, either 1865 or

din față, prevăzută cu pedale, era mult mai mare decât cea din spate, iar șaua era plasată deasupra roții mari. Această mașinărie a fost prima care a purtat numele de bicicletă (bicycle).

1870 are menționat. The front wheel, provided with pedals, was considerably bigger than the rear wheel, and the seat was placed above the big wheel. This machinery was the first to bear the name bicycle.



Figura 1. Celeriferul, primul strămoș al bicicletei  
Figure 1. Celerifere, the first ancestor of the bicycle



Figura 2. "Mașina de alergat" inventată de baronul german Karl Drais von Sauerbronn  
Figure 2. "Running machine" invented by the German baron Karl Drais von Sauerbronn



Figura 3. Drezină cu antrenarea roții spate prin mecanism cu bare articulate  
Figure 3. Draisienne with rear wheel driving through hinged-rail mechanism

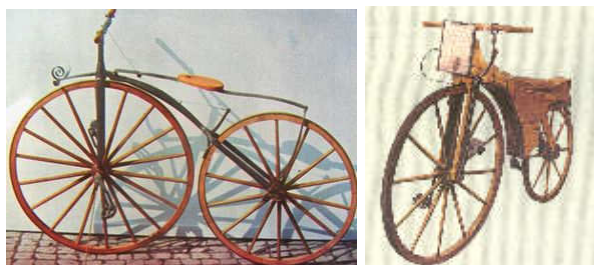


Figura 4. Drezine cu pedale pe roata din față  
Figure 4. Draisienes with pedals on the front wheel

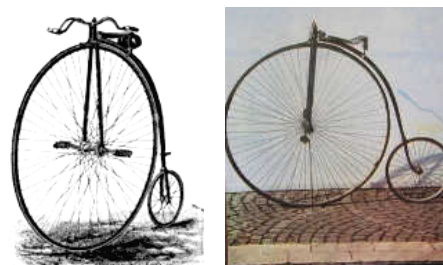


Figura 5. Velocipede  
Figure 5. Velocipedes

În 1873 se inventează triciclul, figura 6. În timp ce bărbații riscau să se accidenteze pe o bicicletă instabilă, doamnele aveau nevoie de altceva. Așa a apărut bicicleta cu trei roți. Aceasta oferea o altă prestață, fiind utilizată și de medici sau avocați.

In 1873, the tricycle is invented, figure 6. Whilst men were facing the risk to harm themselves on an unstable bike, ladies needed something else. This way, the three-wheeled bicycle sprang up. It like provided impressive appearance, being used by physicians and lawyers in their turn.



Figura 6. Tricicluri  
Figure 6. Tricycles



Trecerea de la biclul la bicicletă se datorează englezului Lawson care, în 1879, a inventat roata din spate cu lanț de transmisie, cadrul cu pedalier și sistemul ghidon-furcă, și compatriotului său J.K. Starly, care în 1885 construiește bicicleta cu roți egale și cadrul din tuburi metalice, având toate elementele bicicletelor moderne.

The passage from bicycle to tricycle is due to the Englishman Lawson who, in 1879, invented the rear wheel with sprocket chain, the frame with pedal support and the fork-handle bar system; and to his fellow countryman J.K. Starly who, in 1885 builds the equal-wheeled bicycle with the frame in metallic tube, provided with all elements of modern bicycles.

Ultima perfecționare esențială este realizată de John Boyd Dunlop, în 1877, prin utilizarea pneului de cauciuc. De atunci s-au realizat sute de îmbunătățiri, dar elementele de bază au rămas aceleași.

Anii 1960 sunt caracterizați de dezvoltarea puternică a bicicletelor de curse și semicursiere. Începând cu anii 1970 ia amploare construcția și utilizarea de biciclete „mountaine bike”.

Un sugestiv istoric „grafic” al evoluției bicicletei se prezintă în figura 7.

The latest essential accomplishment is achieved by J.B. Dunlop, in 1877, through resorting to the rubber tire. Henceforth, the basic elements of bicycles remained the same.

In the years 1960 the racing bicycles and of the semi-racers are powerful developed. Beginning with the years 1970, the use and building of „mountain bike” type bicycles has been ever increasing.

A suggestive historical „graph” of the bicycle evolution is shown in figure 7.

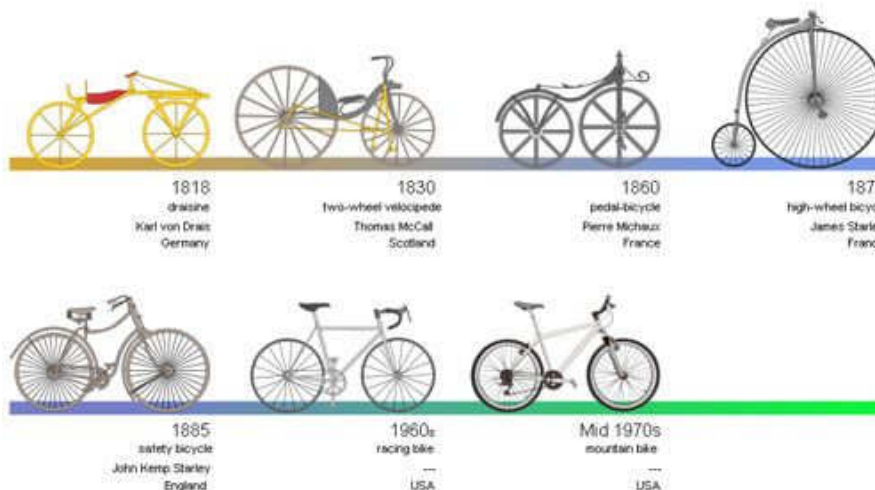


Figura 7. Un istoric “grafic” al evoluției bicicletei  
Figure 7. Historical “graph” of the bicycle evolution

Astăzi bicicleta este cel mai eficient mod de circulație urbană. Un kilometru de deplasare cu bicicleta necesită 92 kJ, pe când pentru parcurgerea pe jos a aceleiași distanțe se consumă aproximativ 261 kJ.

Există o mare diversitate de biciclete, inclusiv (mici și) pliabile, figura 8, pentru zăpadă, figura 9, sau tandemuri, figura 10, destinate deplasărilor recreative în doi pentru prieteni și cupluri tinere de până la 100 de ani.

Nowadays, the bicycle is the most efficient means of urban transportation. A kilometer gone through by bicycle requires 92 kJ, whilst for walking the same distance there is consumed approximately 261 kJ.

There is a high diversity of bicycles, inclusively (small and) pliable, figure 8, for snow, figure 9, or tandems, figure 10, destined for leisure traveling in two, friends or young couples up to 100 years old.



Figura 8. Minibicicletă pliabilă  
Figure 8. Pliable mini-bicycle



Figura 9. Bicicletă pentru zăpadă  
Figure 9. Bicycle for snow



Figura 10. Tandem cu două locuri  
Figure 10. Tandem with two seats

Apar din ce în ce mai frecvent construcții deosebite, futuriste, foarte originale atât ca design, cât și din punct de vedere al transmiterii mișcării. Un exemplu în acest sens se găsește în figura 11.

Imensa majoritate a bicicletelor moderne sunt dotate cu transmisii cu lanț, figura 12, acestea dovedindu-se simple, foarte fiabile și relativ ieftine.

Special, futurist, very original embodiments have been coming out increasingly frequently, both as design, and from the standpoint of the gearing. An example in this respect is given in figure 11.

The huge majority of modern bicycles are provided with sprocket chain gearing, figure 12, they having proved simple, feasible and relatively cheap.



Figura 11. Bicicletă modernă, cu design futurist  
Figure 11. Modern bicycle, with futurist design

Sunt rare transmisiile de altă natură, alternativa cea mai cunoscută fiind transmisiile cu curea. Un exemplu în acest sens este ilustrat în figura 13.

The gearing of some other type are rare, the best-known alternative being the belt gearing. An example in this respect is illustrated in figure 13.



Figura 12. Transmisia cu lanț a unei biciclete moderne  
Figure 12. Sprocket chain gearing of a modern bicycle



Figura 13. Transmisie cu curea la o bicicletă modernă  
Figure 13. Belt transmission of a modern bicycle

## 2. Model de mișcare și de solicitare al unei biciclete

Fie o bicicletă aflată în mișcare pe o pantă de unghi  $\beta$ . Înaintării bicicletei i se opune forța rezistentă  $F_{rez}$ , versorul acesteia fiind paralel cu panta, figura 14.

## 2. Movement and strain model of a bicycle

Be a bicycle in motion on a slope of angle  $\beta$ . The bicycle advancement is opposed by the resistance force  $F_{rez}$ , its versor being parallel to the slope, figure 14.

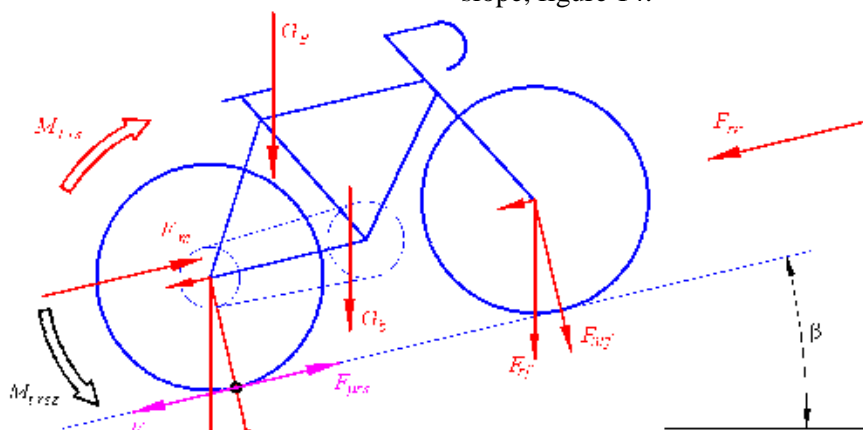


Figura 14. Model de solicitare pentru o bicicletă  
Figure 14. Strain model for a bicycle

Se poate considera că înaintarea bicicletei este rezultatul unei forțe motoare  $F_m$ . Acesteia i se opun forța rezistentă și componentele paralele cu panta ale forțelor de greutate ale biciclistului ( $G_B$ ) și bicicletei ( $G_b$ ), care se adaugă sau se scad, după caz, la forța rezistentă la înaintare:

The bicycle advancement may be deemed the result of a motive force  $F_m$ . It is opposed by the resistance force and by the components parallel to the slope of the bicyclist's gravity force ( $G_B$ ) and that of the bicycle ( $G_b$ ), which are added or subtracted, according to the case, to the resistance to motion force:

$$F_m \geq F_{rez} + G_B \cdot \sin \beta + G_b \cdot \sin \beta = F_{rez} + (G_B + G_b) \cdot \sin \beta. \quad (1)$$

Înaintarea bicicletei se datorează prezenței la roata spate a unui moment de torsiune antrenor,  $M_{t\ antr}$ , echivalent cu prezența forței motoare  $F_m$ . Aceste două mărimi se află în relația

The bicycle advancement is due to the presence at the rear wheel of a driving moment of torsion  $M_{t\ antr}$ , equivalent to the presence of the motor force  $F_m$ . These two values are in the relation:

$$M_{t\ antr} = \frac{1}{2} \cdot d_{rs} \cdot F_m. \quad (2)$$

Pentru ca să nu patineze roata spate, roată antrenoare a bicicletei, forța motoare  $F_m$  nu poate fi mai mare decât forța de frecare  $F_{\mu rs}$ :

Lest the rear wheel should slip, which is the driving wheel of the bicycle, the motor force  $F_m$  cannot be greater than the frictional force  $F_{\mu rs}$ :

$$F_m \leq F_{\mu rs} = \mu_r \cdot F_{nrs}. \quad (3)$$

Fiind cunoscute distanța  $A$  dintre axele roților bicicletei și, față de aceleași axe, brațele  $l_{fB}$ ,  $l_{sB}$ ,  $l_{fb}$  și  $l_{sb}$  ale forțelor de greutate ale biciclistului ( $G_B$ ) și ale bicicletei ( $G_b$ ), forța (verticală)  $F_{rs}$  ce soliciță roata spate are expresia

Being known the distance  $A$  between the axes of the bicycle wheels and against the same axes, the lengths  $l_{fB}$ ,  $l_{sB}$ ,  $l_{fb}$  and  $l_{sb}$  of the bicyclist's gravity force ( $G_B$ ) and that of the bicycle ( $G_b$ ), the force  $F_{rs}$  that strains the rear wheel has the expression:

$$F_{rs} = \frac{l_{fB}}{A} \cdot G_B + \frac{l_{fb}}{A} \cdot G_b = k_B \cdot G_B + k_b \cdot G_b. \quad (4)$$

De subliniat faptul că centrul de greutate al bicicletei este invariant ca poziție față de axele roților și ca urmare raportul  $l_{fb}/A = k_b$  este la rândul său invariant. Pe de altă parte, centrul de greutate al biciclistului nu se păstrează constant și ca urmare raportul  $l_{fB}/A = k_B$  este variabil.

The fact that the bicycle center of gravity is invariant as position against the axes of the wheels is worth being noted and consequently the ratio  $l_{fb}/A = k_b$  is in its turn invariant. On the other hand, the bicyclist's center of gravity is not maintained constant and consequently the ratio  $l_{fB}/A = k_B$  is variable.

Forța normală la sol  $F_{nrs}$  ce soliciță roata spate are expresia

The normal force to the soil  $F_{nrs}$  that strains the rear wheel has the expression:

$$F_{nrs} = F_{rs} \cdot \cos \beta, \quad (5)$$

iar forța de frecare la sol  $F_{\mu rs}$  a roții spate se determină cu relația

and the frictional force to the soil  $F_{\mu rs}$  of the rear wheel is determined with the relation:

$$F_{\mu rs} = \mu_r \cdot F_{nrs} = \mu_r \cdot F_{rs} \cdot \cos \beta = \mu_r \cdot (k_B \cdot G_B + k_b \cdot G_b) \cdot \cos \beta. \quad (6)$$

Momentul de torsiune dezvoltat de biciclist la arborele pedaliere este

The moment of torsion developed by the bicyclist at the pedal shaft is:

$$M_{tap} = b_p \cdot F_p = b_p \cdot k_p \cdot G_B, \quad (7)$$

unde  $b_p$  este lungimea brațului pedaliere, iar  $F_p$  este forța cu care biciclistul apasă pe pedală. Lungimea  $b_p$  a brațului pedaliere este constantă, dar forța  $F_p$  este variabilă, în primul rând datorită orientării variabile a brațului pedaliere față de direcția forței cu

where  $b_p$  is the length of the pedal arm, and  $F_p$  is the bicyclist's pressing force on the pedal. The length  $b_p$  of the pedal arm is constant, however the force  $F_p$  is variable, firstly due to the variable orientation of the pedal arm against the direction of the bicyclist's

care biciclistul apasă asupra pedalei. Este de subliniat și faptul că, exceptând situațiile în care biciclistul s-ar putea sprijini suplimentar, forța maximă cu care acesta poate acționa pedala este chiar greutatea lui. Ca urmare se consideră  $F_p = k_p \cdot G_B$ , cu  $0 < k_p \leq 1$ .

Notând cu  $n_{ap}$  și  $n_{rs}$  turațiile la arborele pedaliere și respectiv la roata spate, antrenore a bicicletei, vitezele unghiulare ale celor două elemente sunt  $\omega_{ap} = 2\pi \cdot n_{ap}$  și  $\omega_{rs} = 2\pi \cdot n_{rs}$ .

Raportul total de transmitere al transmisiei unei biciclete clasice este dat doar de raportul transmisiei prin lanț. Se consideră un caz generalizant, cu mai multe roți de lanț atât pe arborele pedaliere, având  $(z_{ap})_i$  dinți, cât și pe arborele roții spate, acestea având  $(z_{rs})_j$  dinți. În aceste condiții raportul total de transmitere al transmisiei unei biciclete clasice este

$$i_T = \frac{\omega_{ap}}{\omega_{rs}} = \frac{n_{ap}}{n_{rs}} = \frac{(z_{rs})_j}{(z_{ap})_i}. \quad (8)$$

Exprimarea raportului total de transmitere în funcție de numerele de dinți ale roților de lanț rezultă din faptul că vitezele periferice ale celor două roți de lanț ce formează, la un moment dat, transmisia sunt egale între ele și egale cu viteza de translație a lanțului.

Randamentul total al transmisiei se exprimă ca raport între puterea la ieșirea din sistem și puterea la intrare. În cazul de față, randamentul transmisiei este dat de raportul dintre puterea la roata spate, antrenore a bicicletei, și puterea la arborele pedaliere, putere dezvoltată de biciclist:

$$\eta_T = \frac{N_{rs}}{N_{ap}} = \frac{M_{trs} \cdot \omega_{rs}}{M_{tap} \cdot \omega_{ap}} = \frac{M_{trs}}{M_{tap}} \cdot \frac{1}{i_T}, \quad (9)$$

de unde rezultă:

$$M_{t\ antr} \equiv M_{trs} = \eta_T \cdot i_T \cdot M_{tap}. \quad (10)$$

Momentul de torsiune antrenor la roata spate este direct dependent de raportul de transmitere asigurat de transmisia bicicletei și de momentul de torsiune la arborele pedaliere, moment de torsiune dezvoltat de biciclist. Modificarea momentului de torsiune rezistent determină ca răspuns necesar fie modificarea raportului de transmitere al transmisiei bicicletei, fie modificarea momentului de torsiune la arborele pedaliere, deci modificarea efortului depus de biciclist.

pressing force on the pedal. There is worth emphasizing the fact that, excepting the situations wherein the bicyclist might supplementary support himself, the maximal force that he may drive the pedal with, is his very weight. Consequently, there is considered  $F_p = k_p \cdot G_B$ , with  $0 < k_p \leq 1$ .

Designating with  $n_{ap}$  and  $n_{rs}$  the rotative speeds at the pedal shaft and respectively at the rear wheel, which is bicycle driving, the angular speeds of the two elements are  $\omega_{ap} = 2\pi \cdot n_{ap}$  and  $\omega_{rs} = 2\pi \cdot n_{rs}$ .

The total gearing ratio of a classical bicycle gearing is only given by the sprocket chain-gearing ratio. A generalized case is considered, with several chain wheels on both pedal shaft, having  $(z_{ap})_i$  teeth, and rear wheel shaft, they having  $(z_{rs})_j$  teeth. Under these circumstances, the total gearing ratio of a classical bicycle gearing is:

Expressing the total gearing ratio depending on the teeth number of the chain wheels ensues from the fact that the peripheral speeds of the two chain wheels that form, at a given moment, the gearing, are equal between themselves and equal to the chain velocity of translation.

The gearing overall efficiency is expressed as ratio between the system output power and the input power. In the present case, the gearing efficiency is given by the ratio between the power at the rear wheel, which is bicycle driving, and the power at the pedal shaft, which is developed by the bicyclist:

whence there ensues:

The driving moment of torsion at the rear wheel directly depends on the gearing ratio ensured by the bicycle gearing and on the moment of torsion at the pedal shaft, moment of torsion developed by the bicyclist. Modifying the resistant moment of torsion determines as necessary answer either the modification of the gearing ratio of the bicycle gearing, or the modification of the moment of torsion at the pedal shaft, consequently the modification of the bicyclist's yielded effort.

La biciclete schimbarea raportului de transmitere al transmisiei bicicletei se face discret și exclusiv ca urmare a unei acțiuni exprese din partea biciclistului. Variația efortului biciclistului este cu atât mai mică cu cât numărul treptelor de reglare a raportului de transmitere este mai mare, dar aceasta determină implicit transmisii mai complexe și mai scumpe.

Viteza de deplasare a bicicletei se exprimă cu relația

$$v_b = \omega_{rs} \cdot \frac{d_{rs}}{2} = \frac{\omega_{ap}}{i_T} \cdot \frac{d_{rs}}{2} = \pi \cdot \frac{1}{i_T} \cdot n_{ap} \cdot d_{rs} \quad (11)$$

Viteza de deplasare a bicicletei este direct dependentă de turația cu care biciclistul antrenează arborele pedaliar și invers proporțională cu raportul de transmitere. Dacă biciclistul păstrează constantă turația cu care antrenează arborele pedaliar și nu se modifică raportul de transmitere, viteza de deplasare a bicicletei rămâne constantă. Dacă raportul de transmitere crește, atunci viteza de deplasare a bicicletei scade, iar dacă raportul de transmitere scade viteza de deplasare a bicicletei crește.

### 3. Interpretarea rezultatelor

În timpul deplasării bicicletei unul sau mai multe dintre mărimile ce descriu modelul de mișcare și solicitare a acesteia pot fi variabile.

Din punctul de vedere al biciclistului, acesta poate dori sau este nevoit:

- să păstreze sau să modifice viteza de deplasare;
- să păstreze sau să modifice momentul de torsiune pe care îl dezvoltă la arborele pedaliar;
- să păstreze sau să modifice puterea pe care o dezvoltă la arborele pedaliar.

Aceste situații merită analizate și interpretate. Se va considera că momentul de torsiune rezistent este egal cu momentul de torsiune antrenor:

$$M_{t\ rez} = M_{t\ antr} \equiv M_{t\ rs}$$

Ca ipoteză simplificatoare se poate considera constant randamentul total al transmisiei.

Pentru analiza situațiilor de exploatare a bicicletei se vor utiliza următoarele simboluri cu următoarele semnificații:

- ↗ ↗ – “crește puternic”;
- ↗ – “crește”;
- – “rămâne constant”;
- ↘ – “scade”;
- ↘ ↘ – “scade puternic”.

#### 3.1. Influența vitezei bicicletei

Relația (11) exprimă explicit faptul că viteza de deplasare a bicicletei este direct proporțională cu

In bicycles, changing the gearing ratio of the bicycle gearing is done discreetly and exclusively following a bicyclist’s purposeful action. The variation of the bicyclist’s effort is as smaller as the number of the regulation steps of the gearing ratio is bigger, which implicitly brings about more complex and more expensive gearings.

The bicycle movement velocity is expressed with the relation:

The bicycle movement velocity is directly dependent on the rotative speed that the bicyclist drives the pedal shaft with, and inversely proportional to the gearing ratio. If the bicyclist maintains at constant value the rotative speed that he drives the pedal shaft with and the gearing ratio is not modified, the bicycle movement speed remains constant. If the gearing ratio rises, then the bicycle movement speed diminishes, and if the gearing ratio diminishes, the bicycle movement speed rises.

### 3. Discussion

During the bicycle movement along, one or several values describing its movement and strain model may be variable.

From the bicyclist’s standpoint, this one may desire or must:

- maintain or modify the movement speed;
- maintain or modify the moment of torsion that he develops at the pedal shaft;
- maintain or modify the power that he develops at the pedal shaft.

These situations are worth being analyzed and interpreted. The resistant moment of torsion is deemed equal to the driving moment of torsion:

$$M_{t\ rez} = M_{t\ antr} \equiv M_{t\ rs}$$

As simplifying hypothesis, the gearing overall efficiency is deemed constant.

For the analysis of the bicycle exploitation situations, the following symbols will be used, with the following significations:

- ↗ ↗ – “strongly rises”;
- ↗ – “rises”;
- – “remains constant”;
- ↘ – “diminishes”;
- ↘ ↘ – “strongly diminishes”.

#### 3.1. Influence of the bicycle speed

The relation (11) explicitly expresses that the bicycle movement speed is directly proportional to

raportul dintre viteza unghiulară la arborele pedaliier  $\omega_{ap}$ , la rândul ei direct proporțională cu turația arborelui pedaliier  $n_{ap}$ , și raportul total de transmitere  $i_T$ :

the ratio between the angular speed at the pedal shaft  $\omega_{ap}$ , in its turn directly proportional to the rotative speed of the pedal shaft  $n_{ap}$ , and to the overall gearing ratio  $i_T$ :

$$v_b \sim \frac{\omega_{ap}}{i_T} \sim \frac{n_{ap}}{i_T}. \quad (12)$$

Ca urmare se pot scrie propozițiile:

Consequently, may be written the propositions:

$$\begin{aligned}
 v_b \searrow & \Leftrightarrow \begin{cases} n_{ap} \searrow & \text{and } i_T \rightarrow \\ n_{ap} \rightarrow & \text{and } i_T \nearrow \\ n_{ap} \nearrow & \text{and } i_T \nearrow \nearrow \end{cases} \\
 v_b \rightarrow & \Leftrightarrow \begin{cases} n_{ap} \searrow & \text{and } i_T \searrow \\ n_{ap} \rightarrow & \text{and } i_T \rightarrow \\ n_{ap} \nearrow & \text{and } i_T \nearrow \end{cases} \\
 v_b \nearrow & \Leftrightarrow \begin{cases} n_{ap} \searrow & \text{and } i_T \searrow \searrow \\ n_{ap} \rightarrow & \text{and } i_T \searrow \\ n_{ap} \nearrow & \text{and } i_T \rightarrow \end{cases}
 \end{aligned} \quad (13)$$

### 3.2. Influența momentului de torsiune dezvoltat la arborele pedaliier

Relația (9) exprimă explicit faptul că momentul de torsiune la arborele pedaliier  $M_{tap}$  este direct proporțional cu raportul dintre momentul de torsiune rezistent (la roata spate, motoare, a bicicletei)  $M_{trez}$  și raportul total de transmitere  $i_T$ :

### 3.2. Influence of the moment of torsion developed at the pedal shaft

The relation (9) explicitly expresses that the moment of torsion at the pedal shaft  $M_{tap}$  is directly proportional to the ratio between the resistant moment of torsion (at the rear wheel, which is bicycle driving)  $M_{trez}$  and the overall gearing ratio  $i_T$ :

$$M_{tap} \sim \frac{M_{trez}}{i_T}. \quad (14)$$

Ca urmare se pot scrie propozițiile:

Consequently, may be written the propositions:

$$\begin{aligned}
 M_{tap} \searrow & \Leftrightarrow \begin{cases} M_{trez} \searrow & \text{and } i_T \rightarrow \\ M_{trez} \rightarrow & \text{and } i_T \nearrow \\ M_{trez} \nearrow & \text{and } i_T \nearrow \nearrow \end{cases} \\
 M_{tap} \rightarrow & \Leftrightarrow \begin{cases} M_{trez} \searrow & \text{and } i_T \nearrow \\ M_{trez} \rightarrow & \text{and } i_T \rightarrow \\ M_{trez} \nearrow & \text{and } i_T \searrow \end{cases} \\
 M_{tap} \nearrow & \Leftrightarrow \begin{cases} M_{trez} \searrow & \text{and } i_T \nearrow \nearrow \\ M_{trez} \rightarrow & \text{and } i_T \nearrow \\ M_{trez} \nearrow & \text{and } i_T \rightarrow \end{cases}
 \end{aligned} \quad (15)$$

**3.3. Influența puterii dezvoltate la arborele pedaliier**

Puterea dezvoltată la arborele pedaliier al bicicletei este direct proporțională cu produsul dintre raportul dintre momentul de torsiune la arborele pedaliier și viteza unghiulară la același arborele, deci proporțională cu produsul dintre momentul de torsiune la arborele pedaliier și turația arborelui pedaliier:

$$N_{ap} \sim M_{tap} \cdot n_{ap} \tag{16}$$

Ca urmare se pot scrie propozițiile:

**3.3. Influence of power developed at the pedal shaft**

The power developed at the bicycle pedal shaft is directly proportional to the product between the moment of torsion at the pedal shaft and the angular speed at the same shaft, therefore proportional to the product between the moment of torsion at the pedal shaft and the rotative speed of the pedal shaft:

Consequently, may be written the propositions:

$$\begin{array}{l}
 N_{ap} \searrow \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_{tap} \searrow \text{ and } n_{ap} \rightarrow \\ M_{tap} \rightarrow \text{ and } n_{ap} \searrow \\ M_{tap} \nearrow \text{ and } n_{ap} \searrow \searrow \end{array} \right. \\
 N_{ap} \rightarrow \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_{tap} \searrow \text{ and } n_{ap} \nearrow \\ M_{tap} \rightarrow \text{ and } n_{ap} \rightarrow \\ M_{tap} \nearrow \text{ and } n_{ap} \searrow \end{array} \right. \\
 N_{ap} \nearrow \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} M_{tap} \searrow \text{ and } n_{ap} \nearrow \nearrow \\ M_{tap} \rightarrow \text{ and } n_{ap} \nearrow \\ M_{tap} \nearrow \text{ and } n_{ap} \rightarrow \end{array} \right.
 \end{array} \tag{17}$$

**3.4. Influența momentului de torsiune rezistent**

Relația (9) exprimă explicit faptul că momentul de torsiune rezistent (la roata spate, motoare, a bicicletei)  $M_{trez}$  este direct proporțional cu produsul dintre raportul total de transmitere  $i_T$  și momentul de torsiune la arborele pedaliier  $M_{tap}$ :

$$M_{trez} \sim i_T \cdot M_{tap} \tag{18}$$

Ca urmare se pot scrie propozițiile:

**3.4. Influence of the resistant moment of torsion**

The relation (9) explicitly expresses the fact that the resistant moment of torsion (at the rear wheel, which is bicycle driving)  $M_{trez}$  is directly proportional to the product between the overall gearing ratio  $i_T$  and the torsion moment at the pedal shaft  $M_{tap}$ :

Consequently, may be written the propositions:

$$\begin{array}{l}
 M_{trez} \searrow \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_T \searrow \text{ and } M_{tap} \rightarrow \\ i_T \rightarrow \text{ and } M_{tap} \searrow \\ i_T \nearrow \text{ and } M_{tap} \searrow \searrow \end{array} \right. \\
 M_{trez} \rightarrow \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_T \searrow \text{ and } M_{tap} \nearrow \\ i_T \rightarrow \text{ and } M_{tap} \rightarrow \\ i_T \nearrow \text{ and } M_{tap} \searrow \end{array} \right. \\
 M_{trez} \nearrow \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} i_T \searrow \text{ and } M_{tap} \nearrow \nearrow \\ i_T \rightarrow \text{ and } M_{tap} \nearrow \\ i_T \nearrow \text{ and } M_{tap} \rightarrow \end{array} \right.
 \end{array} \tag{19}$$

### 3.5. Influența turației la arborele pedaliier

În conformitate cu relația (12), turația la arborele pedaliier este direct proporțională cu produsul dintre viteza de deplasare a bicicletei,  $v_b$ , și raportul total de transmitere  $i_T$ :

$$n_{ap} \sim v_b \cdot i_T. \quad (20)$$

Ca urmare se pot scrie propozițiile:

$$\begin{aligned} & v_b \searrow \text{ and } i_T \rightarrow \\ n_{ap} \searrow & \Leftrightarrow v_b \rightarrow \text{ and } i_T \searrow \\ & v_b \nearrow \text{ and } i_T \searrow \searrow \\ n_{ap} \rightarrow & \Leftrightarrow \begin{cases} v_b \searrow \text{ and } i_T \nearrow \\ v_b \rightarrow \text{ and } i_T \rightarrow \\ v_b \nearrow \text{ and } i_T \searrow \end{cases} \\ n_{ap} \nearrow & \Leftrightarrow \begin{cases} v_b \searrow \text{ and } i_T \nearrow \nearrow \\ v_b \rightarrow \text{ and } i_T \nearrow \\ v_b \nearrow \text{ and } i_T \rightarrow \end{cases} \end{aligned}$$

### 3.5. Influence of rotative speed at the pedal shaft

In line with relation (12), the rotative speed at the pedal shaft is directly proportional to the product between the bicycle movement speed  $v_b$ , and the overall gearing ratio  $i_T$ :

Consequently, may be written the propositions:

$$(21)$$

### 3.6. Influența raportului total de transmitere

Raportul total de transmitere  $i_T$ , selectat de către biciclist la o valoare convenabilă, determină în mod direct raportul dintre momentul de torsiune rezistent  $M_{t rez}$  și momentul de torsiune dezvoltat la arborele pedaliier  $M_{t ap}$ . Pe de altă parte,  $i_T$  este direct proporțional cu raportul dintre turația arborelui pedaliier  $n_{ap}$  și viteza de deplasare a bicicletei  $v_b$ :

$$i_T \sim \frac{M_{t rez}}{M_{t ap}}; \quad i_T \sim \frac{n_{ap}}{v_b}. \quad (22)$$

Ca urmare se pot scrie propozițiile:

$$\begin{aligned} & M_{t rez} \searrow \text{ and } M_{t ap} \rightarrow \\ i_T \searrow & \langle \rangle M_{t rez} \rightarrow \text{ and } M_{t ap} \nearrow \\ & M_{t rez} \nearrow \text{ and } M_{t ap} \nearrow \nearrow \\ i_T \rightarrow & \Leftrightarrow \begin{cases} M_{t rez} \searrow \text{ and } M_{t ap} \searrow \\ M_{t rez} \rightarrow \text{ and } M_{t ap} \rightarrow \\ M_{t rez} \nearrow \text{ and } M_{t ap} \nearrow \end{cases} \\ & M_{t rez} \searrow \text{ and } M_{t ap} \searrow \searrow \\ i_T \nearrow & \langle \rangle M_{t rez} \rightarrow \text{ and } M_{t ap} \searrow \\ & M_{t rez} \nearrow \text{ and } M_{t ap} \rightarrow \end{aligned}$$

### 3.6. Influence of the overall gearing ratio

The overall gearing ratio  $i_T$ , selected by the bicyclist at reasonable value directly determines the ratio between the resistant moment of torsion  $M_{t rez}$  and the moment of torsion developed at the pedal shaft  $M_{t ap}$ . On the other hand,  $i_T$  is directly proportional to the ratio between the rotative speed of the pedal shaft  $n_{ap}$  and the bicycle movement speed  $v_b$ :

Consequently, may be written the propositions:

$$\begin{aligned} & n_{ap} \searrow \text{ and } v_b \rightarrow \\ i_T \searrow & \Leftrightarrow \begin{cases} n_{ap} \rightarrow \text{ and } v_b \nearrow \\ n_{ap} \nearrow \text{ and } v_b \nearrow \nearrow \\ n_{ap} \searrow \text{ and } v_b \searrow \\ n_{ap} \rightarrow \text{ and } v_b \rightarrow \\ n_{ap} \nearrow \text{ and } v_b \nearrow \end{cases} \\ & n_{ap} \nearrow \text{ and } v_b \searrow \searrow \\ i_T \nearrow & \Leftrightarrow \begin{cases} n_{ap} \rightarrow \text{ and } v_b \searrow \\ n_{ap} \nearrow \text{ and } v_b \rightarrow \end{cases} \end{aligned}$$

$$(23)$$

O centralizare a situațiilor de exploatare a bicicletei descrise anterior se dă în tabelul 1.

A centralization of the bicycle exploitation situations, described above, is given in table 1.

Tabelul 1. Dependența momentelor de torsiune și a puterii la arborele pedaliier în funcție de viteza de deplasare a bicicletei, turația arborelui pedaliier și raportul total de transmitere

Table 1. The dependence of the moments of torsion and of the power at the pedal shaft as function of the bicycle movement speed, the pedal shaft rotative speed and the overall gearing ratio

$v_b$	$n_{ap}$	$i_T$	$M_{t rez}$	$M_{t ap}$	$N_{ap}$	No.
↘	↘	→	↘	↘	↘↘	1
			→	→	↘	2
			↗	↗	→	3
↘	→	↗	↘	↘↘	↘↘	4
			→	↘	↘	5
			↗	→	→	6
↘	↗	↗↗	↘	↘↘↘	↗↗	7
			→	↘↘	↗	8
			↗	↘	→	9
→	↘	↘	↘	→	↘	10
			→	↗	→	11
			↗	↗↗	↗	12
→	→	→	↘	↘	↘	13
			→	→	→	14
			↗	↗	↗	15
→	↗	↗	↘	↘↘	↘	16
			→	↘	→	17
			↗	→	↗	18
↗	↘	↘↘	↘	↗↗↗	↗↗	19
			→	↗↗	↗	20
			↗	↗	→	21
↗	→	↘	↘	→	→	22
			→	↗	↗	23
			↗	↗↗	↗↗	24
↗	↗	→	↘	↘	→	25
			→	→	↗	26
			↗	↗	↗↗	27

De mare interes sunt situațiile cu numerele de ordine 6, 14 și 22 din tabelul 1, care constituie obiective de funcționare pentru o transmisie cu turație autoreglabilă utilizabilă pentru biciclete.

De mai mare importanță se consideră a fi tabelul de tipul celui anterior care ia cu prioritate în considerare variația vitezei de deplasare a bicicletei, deci dorința biciclistului de a se deplasa mai repede sau mai încet, și variația momentului de torsiune rezistent (cu care se consideră egal momentul de torsiune antrenor, cel dezvoltat la roata spate a bicicletei,  $M_{t rez} = M_{t antr} \equiv M_{t rs}$ ), dependent în principal de forța rezistentă la înaintare și de unghiul pantei pe care se deplasează bicicleta. Această abordare este sintetizată în tabelul 2.

#### 4. Concluzii

Marele dezavantaj al transmisiilor comune utilizate la biciclete este fie lipsa posibilității reglării raportului de transmitere, fie reglarea acestuia în trepte, caz ce necesită multe roți de lanț, schimbător și întinzător de lanț.

The situations numbered 6, 14 and 22 from Table 1 are of high interest, they constituting the functioning objectives for a gearing with self-regulating rotative speed, of use for bicycles.

The table of the type similar to previous one is deemed of higher importance, it pre-eminently considers the variation of the bicycle movement speed, consequently the bicyclist's desire to advance faster or slower, and the variation of the resistant moment of torsion (that the driving moment of torsion is deemed equal with, the one developed at the bicycle rear wheel,  $M_{t rez} = M_{t antr} \equiv M_{t rs}$ ), mainly dependent on the resistance to motion force and on the angle of the slope that bicycle advances on. This approach is synthesized in table 2.

#### 4. Conclusions

The great disadvantage of the common gearings used in bicycles is either the lack of the possibility of regulating the gearing ratio, or the its regulation in steps, in which case many chain wheels, chain changer and chain-stretching device are required.

În funcție de rezistența la înaintare a bicicletei, mai mulți parametri de mișcare și de solicitare a acesteia se pot modifica simultan.

Păstrarea relativ constant a efortului depus de biciclist presupune reglarea adecvată a raportului de transmitere al transmisiei bicicletei. La bicicletele actuale acesta se face discret, ca urmare a unei acțiuni exprese realizate de biciclist. Poate constitui un obiectiv conceperea și realizarea unei transmisii care să asigure autoreglarea vitezei de deplasare a bicicletei, deci autoreglarea raportului de transmitere realizat de transmisia bicicletei.

Depending on the bicycle resistance to motion, several parameters of movement and strain may modify simultaneously.

Maintaining relatively constant the effort yielded by the bicyclist supposes adequately regulating the bicycle-gearing ratio. In current bicycles, this is discreetly done, following a purposeful action performed by the bicyclist. Designing and achieving a gearing that should ensure the self-regulation of the bicycle movement speed, therefore the self-regulation of the gearing ratio achieved by the bicycle gearing, may constitute a goal.

Tabelul 2. Dependența raportului total de transmitere, a momentului la arborele pedaliier și a puterii la arborele pedaliier în funcție de viteza de deplasare a bicicletei, momentul de torsiune rezistent și turația arborelui pedaliier

Table 2. The dependence of the overall gearing ratio, of the moment at the pedal shaft and of the power at the pedal shaft as function of the bicycle movement speed, the resistant moment of torsion and the pedal shaft rotative speed

$v_b$	$M_{trez}$	$n_{ap}$	$i_T$	$M_{tap}$	$N_{ap}$	No.
↘	↘	↘	→	↘	↘↘	1
			→	↘	↘↘	2
			→	↘	↘↘	3
↘	→	→	↗	↘	↘	4
			↗	↘	↘	5
			↗	↘	↘	6
↘	↗	↗	↗↗	↘	→	7
			↗↗	↘	→	8
			↗↗	↘	→	9
→	↘	↘	↘	→	↘	10
			↘	→	↘	11
			↘	→	↘	12
→	→	→	→	→	→	13
			→	→	→	14
			→	→	→	15
→	↗	↗	↗	→	↗	16
			↗	→	↗	17
			↗	→	↗	18
↗	↘	↘	↘↘	↗	→	19
			↘↘	↗	→	20
			↘↘	↗	→	21
↗	→	→	↘	↗	↗	22
			↘	↗	↗	23
			↘	↗	↗	24
↗	↗	↗	→	↗	↗↗	25
			→	↗	↗↗	26
			→	↗	↗↗	27

References

1. \*\*\*: <http://www.alibaba.com>. Accessed: 2009-10-12
2. \*\*\*: <http://www.ggradsport.de>. Accessed: 2009-10-05
3. \*\*\*: <http://www.northsport.dk>. Accessed: 2009-10-05
4. \*\*\*: <http://www.pilo.co.il>. Accessed: 2009-09-25
5. \*\*\*: <http://www.playbike.ro>. Accessed: 2009-09-25
6. \*\*\*: <http://www.univega.com>. Accessed: 2009-09-25
7. \*\*\*: <http://en.wikipedia.org>. Accessed: 2009-09-20

Lucrare primită în Decembrie 2009

Received in December 2009