

# CERCETĂRI PRIVIND INFLUENȚA NERVURILOR ÎNCLINATE ȘI CURBE ASUPRA RIGIDITĂȚII PRESEI PAI 25

# RESEARCH ON THE INFLUENCE OF TILTED AND CURVED RIBBING ON THE STIFFNESS OF PAI 25 PRESSES

Ioan DAN

S.C. Cambric Consulting S.R.L., Brașov, Romania

**Rezumat.** Componentă importantă a preselor, batiurile reprezintă frecvent 50÷60% din masa acestora.

Realizarea de prese cu valori adecvate ale rigidității constituie un obiectiv important, cu semnificative consecințe asupra calității respectivelor mașini și asupra consumului energetic în etapa de exploatare a lor.

Creșterea de rigiditate se face cel mai adesea prin creșterea volumului de material utilizat.

Lucrarea de față prezintă câteva soluții constructive de creștere a rigidității batiurilor deschise ale preselor, prin nervurarea pereților laterali ai acestora. Se abordează doar soluțiile cu nervuri drepte intersectate și cu nervuri curbe.

Studiile anterioare asupra unor batiuri cu nervuri drepte neintersectate au permis identificarea unui set de valori ale caracteristicilor geometrice ale nervurilor care a condus aproape sistematic la obținerea celor mai bune rezultate. Acest set de valori este utilizat la toate modelele ce fac obiectul lucrării de față.

**Cuvinte cheie:** optimization, mechanical crank press, FEA, ribbing, stress

## 1. Introducere

Batiul preia toate forțele ce solicită mașina. Foarte intens solicitat, batiul unei prese trebuie proiectat și realizat astfel încât să asigure durabilitatea și rigiditatea necesară mașinii.

Forma constructivă și dimensionarea batiului este determinată de funcționalitatea lui, de cerințele de rezistență care i se impun și de construcția și amplasarea celorlalte elemente componente ale mașinii [5].

Din punct de vedere constructiv, batiul unei prese mecanice cu manivelă are rolul de a susține și ghida diferitele repere și subansambluri ale mașinii, precum și de a asigura precizia și rigiditatea impusă acesteia [1].

Studiile desfășurate de autor se referă exclusiv la batiul deschis turnat al preseii PAI 25. Toate noile modele au fost elaborate utilizând ProEngineer Wildfire 4 [6]. Toate caracteristicile geometrice ale batiului original s-au păstrat neschimbate, dar s-au nervurat pereții laterali. Solicitarea modelelor s-a făcut la valoarea nominală a forței,  $F_N = 250$  kN, prin forțe distribuite pe masa preseii și uniform distribuite în lagărele arborelui principal.

**Abstract.** An important component of presses, frames frequently represent 50 ÷ 60% of their mass.

Building presses of adequate rigidity is an important objective, with significant consequences on the quality of the respective machines and on their energy consumption during operation.

Most often rigidity is improved by increasing the volume of utilized material.

The paper presents a number of constructive solutions for increasing the stiffness of press C-frames by ribbing of the lateral walls. Only solutions involving straight cross ribs and curved ribs are addressed.

Previous studies on straight cross ribbed frames have allowed the identification of a set of values of rib geometrical characteristics, which has almost systematically yielded the best results. This set of values is used in all models discussed in the paper.

**Key words:** optimization, mechanical crank press, FEA, ribbing, stress

## 1. Introduction

The frame absorbs all stressing forces of the machine. Subjected to intense strain, the frame of a press needs to be designed and manufactured such as to ensure the required stiffness and durability of the machine.

Constructive form and dimensions of the frame are determined by its functionality, the strength requirements and the construction and location of the other components of the machine [5].

From the constructive viewpoint, the role of the mechanical crank press frame is to support and guide the various parts and subassemblies of the machine, as well as to ensure its required precision and stiffness [1].

Studies conducted by the author refer exclusively to the cast C-frame of a PAI 25 press. All new models were developed by means of ProEngineer Wildfire 4 software [6]. The geometrical characteristics of the original frame were maintained unchanged, while the lateral walls were ribbed. Models were subjected to straining corresponding to a nominal force of  $F_N = 250$  kN by forces distributed in the mass of the press and uniformly distributed in the bearings of the spindle.

## 2. Obiective ale cercetării

Obiectivele generale ale cercetării desfășurată referitoare la batiul deschis al preselor sunt [2, 3]:

- elaborarea de soluții constructive de batiuri deschise cu rigiditate crescută, și
- reducerea valorii maxime a tensiunilor ce se manifestă în batiu în timpul solicitării sale.

Se urmărește în mod explicit, cu prioritate, reducerea consumului energetic de exploatare a preselor. Reducerea consumului de metal utilizat la realizarea batiului este și el un obiectiv, dar secundar.

O primă modalitate avută în vedere este creșterea rigidității batiului prin nervurarea pereților laterali ai acestora.

Cercetări anterioare s-au concentrat asupra elaborării unor modele de batiuri cu nervuri paralele, neintersectate, orientate vertical, orizontal sau înclinat. Au fost luate în considerare mai multe seturi de valori ale caracteristicilor geometrice ale nervurilor și s-a identificat un set care a condus în mod sistematic la rezultate bune. Acest set de valori a fost reținut și s-a utilizat pentru toate noile modele.

S-a studiat influența distanței dintre nervuri asupra rigidității batiului. S-au studiat batiuri cu nervuri paralele dispuse la distanțe de 50, 75 și 100 mm. Cele mai bune rezultate s-au obținut pentru batiuri cu nervuri distanțate de 75 mm.

Pentru nervurile orientate înclinat, s-a studiat influența unghiului de dispunere a acestora, cu o variație din  $10^\circ$  în  $10^\circ$ .

Lucrarea de față este o dezvoltare a acestor cercetări și se referă exclusiv la soluții constructive de batiuri cu pereți laterali nervurați, cu nervuri înclinate intersectate și cu nervuri curbe orientate de-a lungul izocinelor stării de tensiuni ce se manifestă în corpul unui astfel de batiu.

## 3. Geometria nervurilor

În figurile 1 și 2 sunt precizate caracteristicile geometrice ale nervurilor batiurilor elaborate.

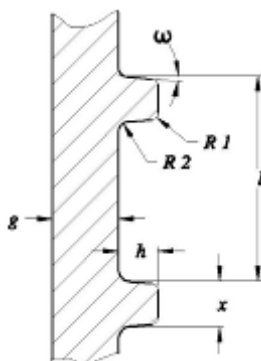


Fig. 1. Caracteristici geometrice ale nervurilor  
Fig. 1. Geometrical characteristics of ribbing

## 2. Research objectives

The general research objectives concerning C-frames of presses include [2, 3]:

- developing constructive solutions of high-stiffness C-frames, and
- reducing the maximum value of stress in the frame subjected to straining.

Explicitly and with priority the reduction of press operation related energy consumption is aimed at. Reducing metal consumption for manufacturing of the frame is a further, however secondary objective.

A first modality taken into consideration is increasing frame stiffness by ribbing of the lateral walls.

Previous research has concerned the development of frame models with vertical, horizontal or tilted parallel ribs. Several sets of values of rib geometrical characteristics were considered and a set systematically yielding good results could be identified. This set of values has been retained and used in all new models.

The study included the influence of the space between ribs on frame stiffness. Thus frames with parallel ribs spaced at 50, 75 and 100 mm, respectively, were studied. The best results were yielded by frames with 75 mm rib spacing.

In the case of tilted ribs, further study concerned their displaying angle, varied by a  $10^\circ$  increment.

The paper is a development of this research and refers exclusively to constructive solutions of frames with ribbed lateral walls, namely with cross tilted and curved ribbing oriented along the isoclines of the state of stress generated within the body of such frames.

## 3. Rib geometry

Figures 1 and 2 illustrate the geometrical characteristics of the developed frame ribbings.

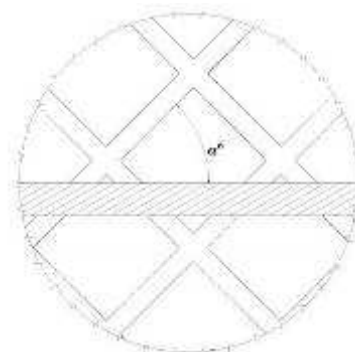


Fig. 2. Unghiul de inclinare al nervurilor  
Fig. 2. Tilt angle of ribs

Acestea sunt:

- g – grosimea peretelui batiului;
- l – distanța de dispunere a nervurilor;
- h – înălțimea nervurilor;
- x – grosimea nervurilor;
- R1 = 2mm - raza de racordare la vârf a nervurilor;
- R2 = 5 mm - raza de racordare la bază a nervurilor;
- $\omega = 5^\circ$  - unghiul de înclinare al pereților laterali ai nervurilor;
- $\alpha$  - unghiul de înclinare al nervurii în raport cu orizontala.

Setul de valori care a asigurat, în studiile anterioare, cele mai bune rezultate este  $l = 75$  mm,  $h = 20$  mm și  $x = 12$  mm.

#### 4. Modelul de referință

Ca element de referință al studiilor a fost luat batiul preseii PAI 25, o presă mecanică cu batiu deschis, turnat, fabricată în România. Pentru acesta s-a realizat un model 3D complet conform cu batiul preseii PAI 25, realizat în ProEngineer Wildfire 4.

Două imagini relevante ale acestui model (cod BM0) sunt redată în figura 3.

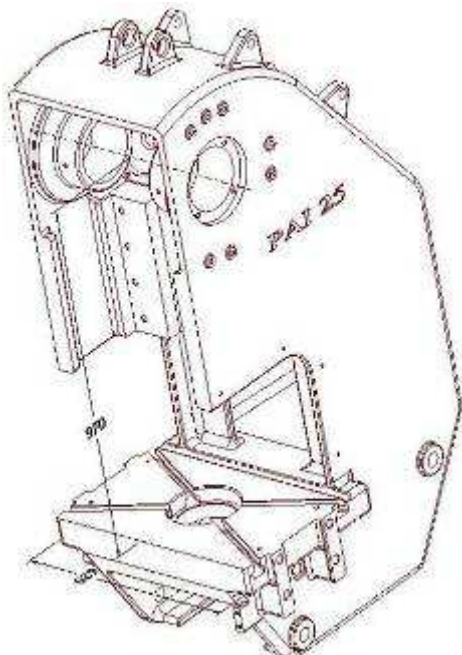


Fig. 3. Un model 3D al batiului preseii PAI 25  
Fig. 3. A 3D model of the PAI 25 press frame

These are:

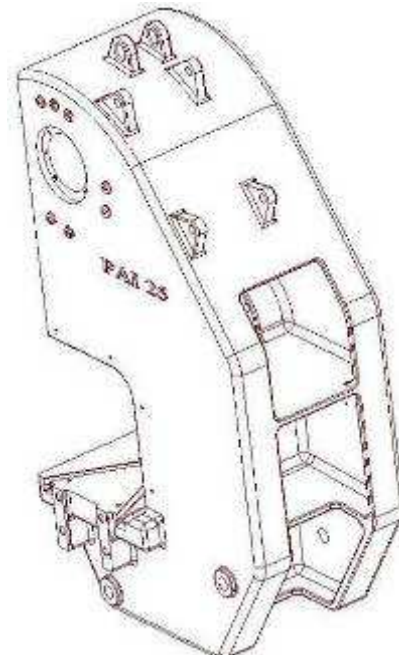
- g – frame wall thickness;
- l – rib spacing;
- h – rib height;
- x – rib thickness;
- R1 = 2mm – tip radius of ribs;
- R2 = 5 mm – base radius of ribs;
- $\omega = 5^\circ$  - tilt angle of rib lateral walls;
- $\alpha$  - rib horizontal tilt angle.

The set of value responsible for yielding the best results in previous studies is:  $l = 75$  mm,  $h = 20$  mm and  $x = 12$  mm.

#### 4. Reference model

The frame of the PAI 25 press was selected as the reference element for the study. PAI 25 is a mechanical press of Romanian make with a cast C-frame. A complete 3D model of the PAI 25 frame was developed in ProEngineer Wildfire 4.

Figure 3 shows two relevant images of this model (code BM0).



#### 5. Discretizarea modelelor

În vederea studiului stării de tensiuni și de deformații [4] toate modelele elaborate au fost identic discretizate, cu elemente tip tetraedru. Au rezultat 91747 noduri și 49193 elemente. O imagine relevantă în acest sens este prezentată în figura 4, cea corespunzătoare modelului de referință.

#### 5. Discretization of the models

In view of studying the state of stress and deformations [4], all developed models were identically discretized into tetrahedron elements, yielding 91747 nodes and 49193 elements. Figure 4 shows a relevant image in this respect, corresponding to the reference model.

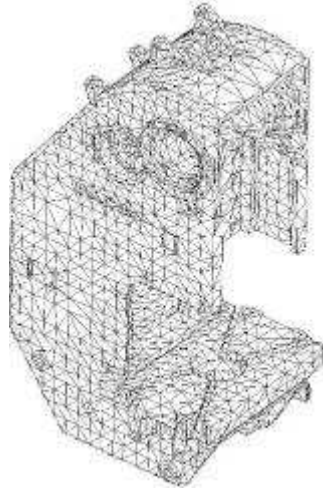


Fig. 4. Model discretizat al batiului de referință  
 Fig. 4. Discretized model of the reference machine frame

### 6. Batiuri cu nervuri înclinate, intersectate

S-au elaborat mai multe modele de batiuri cu pereți nervurați, cu nervuri dispuse înclinat față de orizontală și intersectate. S-au luat în considerare diverse valori ale înclinării nervurilor, precum și diferite valori ale unghiului dintre acestea. Patru exemple se prezintă în continuare.

#### 6.1. Batiu cu nervuri orizontale și verticale, intersectate (cod BP90GRD)

Imagini relevante în legătură cu acest batiu, realizat în construcție turnată – modelul 3D (în secțiune mediană), starea de deformații și starea de tensiuni – se prezintă în figura 5.

### 6. Frames with cross tilted ribbing

Several models of ribbed wall frames were developed, namely with horizontal tilt cross ribbing. Various values of rib tilt were taken into consideration, as well as various values of their respective angles of display. Four examples are presented further on.

#### 6.1 Frame with horizontal and vertical cross ribbing (code BP90GRD)

Figure 5 presents relevant images of this cast frame (3D model – median section), the state of stress and deformations.

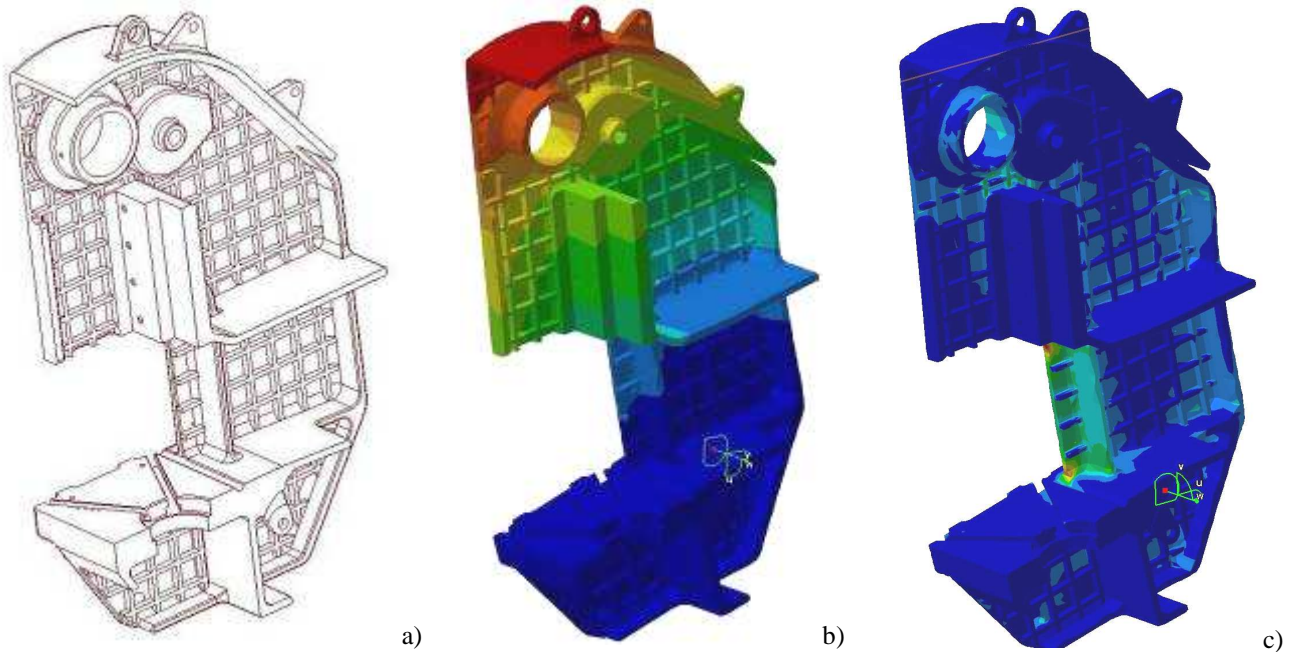


Fig. 5. Batiu cu nervuri orizontale și verticale, intersectate: modelul 3D (a), starea de deformații (b) și starea de tensiuni (c)

Fig. 5. Frame with horizontal and vertical cross ribbing: 3D model (a), state of deformations (b) and state of stress (c)

În urma analizei cu element finit a rezultat că cedarea batiului, măsurată în axa alezajului arborelui principal, este de 0,257 mm, mai scăzută decât la modelul de referință, și că tensiunea maximă din batiu are valoarea de 33,2 MPa, mai mare decât cea corespunzătoare batiului presei PAI 25.

### 6.2. Batiu cu nervuri înclinate la + 45° și - 45°, intersectate (cod BP45GRD)

Imagini relevante în legătură cu modelul astfel nervurat – modelul 3D (în secțiune mediană), starea de deformații și starea de tensiuni – se prezintă în figura 6.

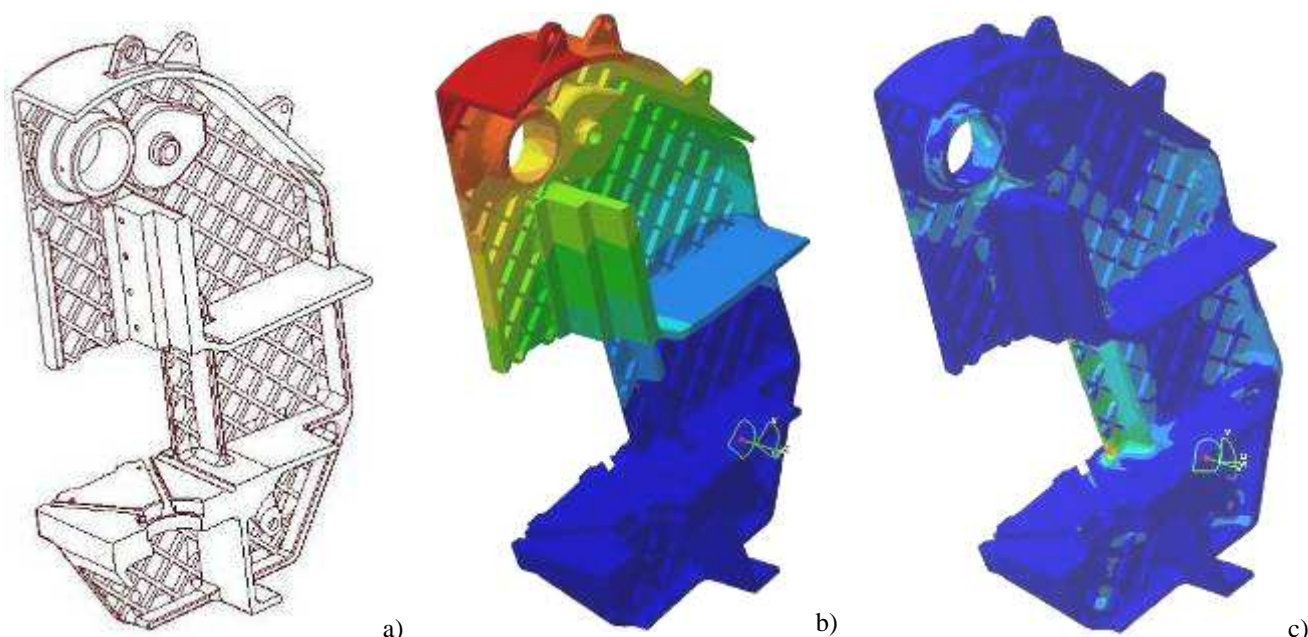


Fig. 6. Batiu cu nervuri înclinate la + 45° și - 45°, intersectate: modelul 3D (a), starea de deformații (b) și starea de tensiuni (c)

Fig. 6. Frame with cross ribbing tilted at + 45° and - 45°: 3D model (a), state of deformations (b) and state of stress (c)

În urma analizei cu element finit rezultatele sunt sensibil identice cu cele obținute pentru batiu cu nervuri orizontale și verticale, intersectate: cedarea batiului, măsurată în axa alezajului arborelui principal, este de 0,254 mm, iar tensiunea maximă din batiu are valoarea de 33,6 MPa.

### 6.3. Batiu cu nervuri înclinate la + 60° și - 30°, intersectate (cod BP30-90GRD)

Pentru un batiu astfel nervurat, în figura 7 se prezintă modelul 3D (în secțiune mediană), starea de deformații și starea de tensiuni.

În urma analizei cu element finit a rezultat practic o aceeași valoare pentru cedarea batiului măsurată în axa alezajului arborelui principal, de 0,255 mm, dar o valoare sensibil mai mare pentru tensiunea maximă din batiu, de 36 MPa.

FE analysis revealed a 0.257 mm yield measured in machine spindle bore axis, smaller than that of the reference model, as well as a maximum stress in the frame of 33.2 MPa, larger than the one corresponding to the frame of the PAI 25 press.

### 6.2. Frame with cross ribbing tilted at + 45° and - 45° (code BP45GRD)

Figure 6 presents relevant images of this model (3D model – median section), the state of stress and deformations.

Results following from FE analysis are sensibly identical to those obtained for the frame with horizontal and vertical cross ribbing: frame yield measured in the machine spindle bore axis of 0.254 mm and maximum stress in the frame of 33.6 MPa.

### 6.3. Frame with cross ribbing tilted at + 60° and - 30° (code BP30-90GRD)

For a frame of such ribbing figure 7 presents the 3D model (median section), the state of deformations and the state of stress.

Results following from FE analysis have practically the same value of the frame yield measured in the machine spindle bore axis, namely of 0.255 mm, but a sensibly higher value of the maximum stress in the frame, namely of 36 MPa.

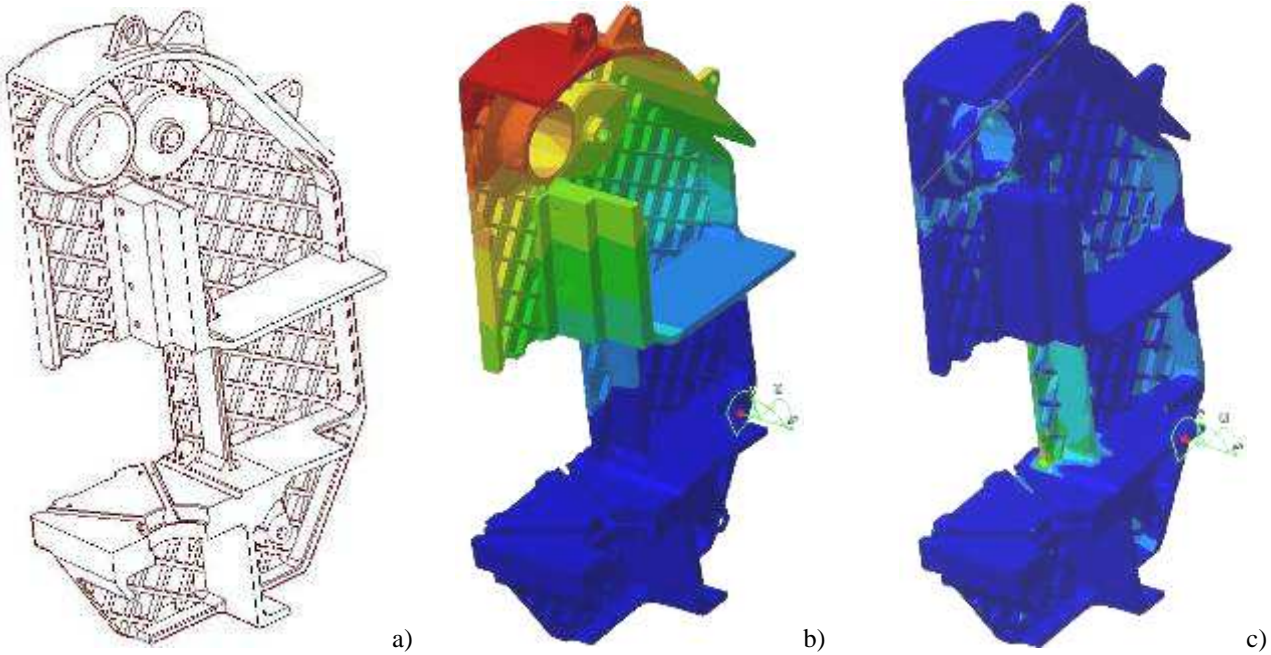


Fig. 7. Batiu cu nervuri înclinate la + 60° și - 30°, intersectate: modelul 3D (a), starea de deformații (b) și starea de tensiuni (c)

Fig. 7. Frame with cross ribbing tilted at + 60° and - 30°: 3D model (a), state of deformations (b) and state of stress (c)

**6.4. Batiu cu nervuri înclinate la + 20° și - 20°, intersectate (cod BP70-120GRD)**

Imagini relevante în legătură cu acest batiu, realizat în construcție turnată – modelul 3D (în secțiune mediană), starea de deformații și starea de tensiuni – se prezintă în figura 8.

**6.4. Frame with cross ribbing tilted at + 20° and - 20° (code BP70-120GRD)**

Figure 8 presents relevant images of this cast frame (3D model – median section), the state of stress and deformations.

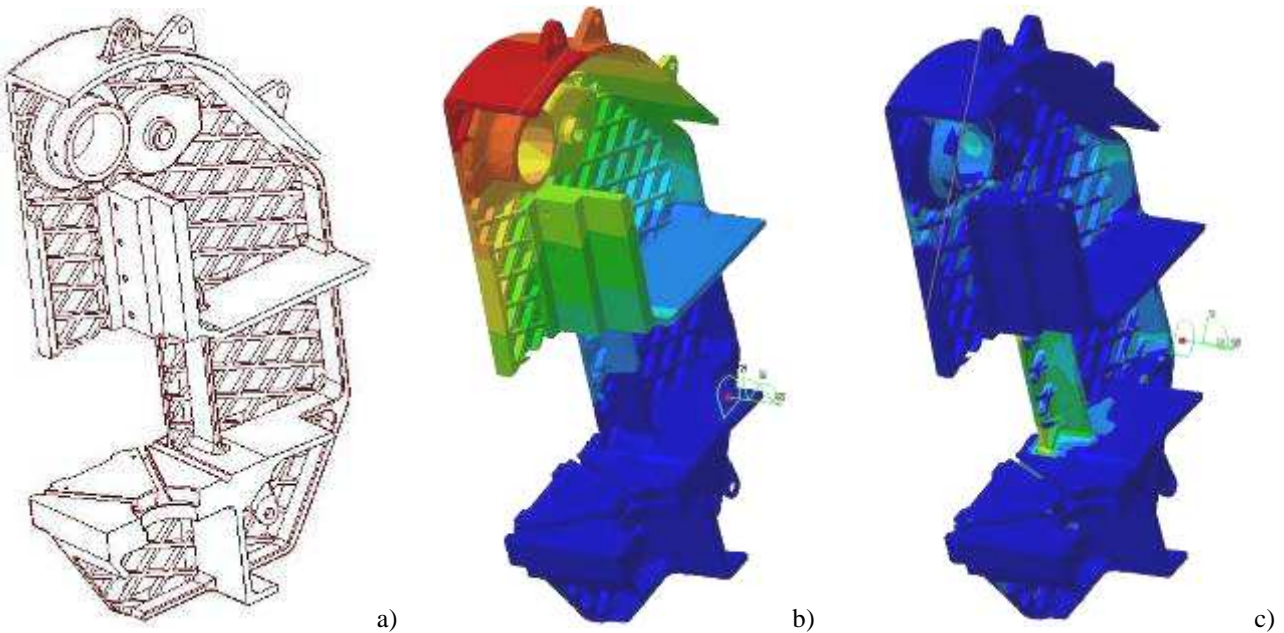


Fig. 8. Batiu cu nervuri înclinate la + 20° și - 20°, intersectate: modelul 3D (a), starea de deformații (b) și starea de tensiuni (c)

Fig. 8. Frame with cross ribbing tilted at + 20° and - 20°: 3D model (a), state of deformations (b) and state of stress (c)

În urma analizei cu element finit, cedarea batiului măsurată în axa alezajului arborelui principal are o valoare aproximativ egală cu cea obținută la soluțiile prezentate anterior, 0,257 mm, dar valoarea tensiunii maxime, de numai 30 MPa, este cea mai redusă, chiar mai mică decât cea corespunzătoare modelului de referință.

### 7. Batiuri cu nervuri curbe

În mod uzual, nervurile prevăzute pentru rigidizarea unor pereți ai unor repere de tip carcasă sau batiu sunt unele drepte, dispuse paralel sau în rețea, intersectate.

Pentru cazul particular al batiurilor deschise ale preselor, având în vedere în principal distribuția stării de tensiuni ce se manifestă în corpul acestora, merită a fi studiat dacă utilizarea de nervuri curbe are influență pozitivă asupra rigidității batiului.

O orientare justificată a unor astfel de nervuri s-a considerat a fi după direcția izoclinelor stării de tensiuni ce apare în corpul batiului la solicitarea sa.

Trei imagini sugestive referitoare la un batiu astfel nervurat (cod BPIZCL)– modelul 3D (în secțiune mediană), starea de deformații și starea de tensiuni – se prezintă în figura 9.

Following FE analysis the frame yield measured in the machine spindle bore axis has a value approximately equal to the obtained in the previously presented solutions, namely of 0.257 mm, the value of 30 MPa of the maximum stress being, however, the lowest, even smaller than that corresponding to the reference model.

### 7. Frames with curved ribbing

Typically, the ribbing designed for stiffening the walls of parts like casings or frames is straight, cross and of parallel or lattice display.

In the particular case of press C-frames, considering mainly the distribution of the state of stress generated within their body, a promising avenue of study concerns the possible positive influence of curved ribbing on frame stiffness.

Orientation of such ribbing along the isoclines of the state of stress in the frame body was considered as justified.

Figure 9 presents relevant images of a frame with such ribbing, (code BPIZCL), 3D model (median section), the state of stress and deformations.

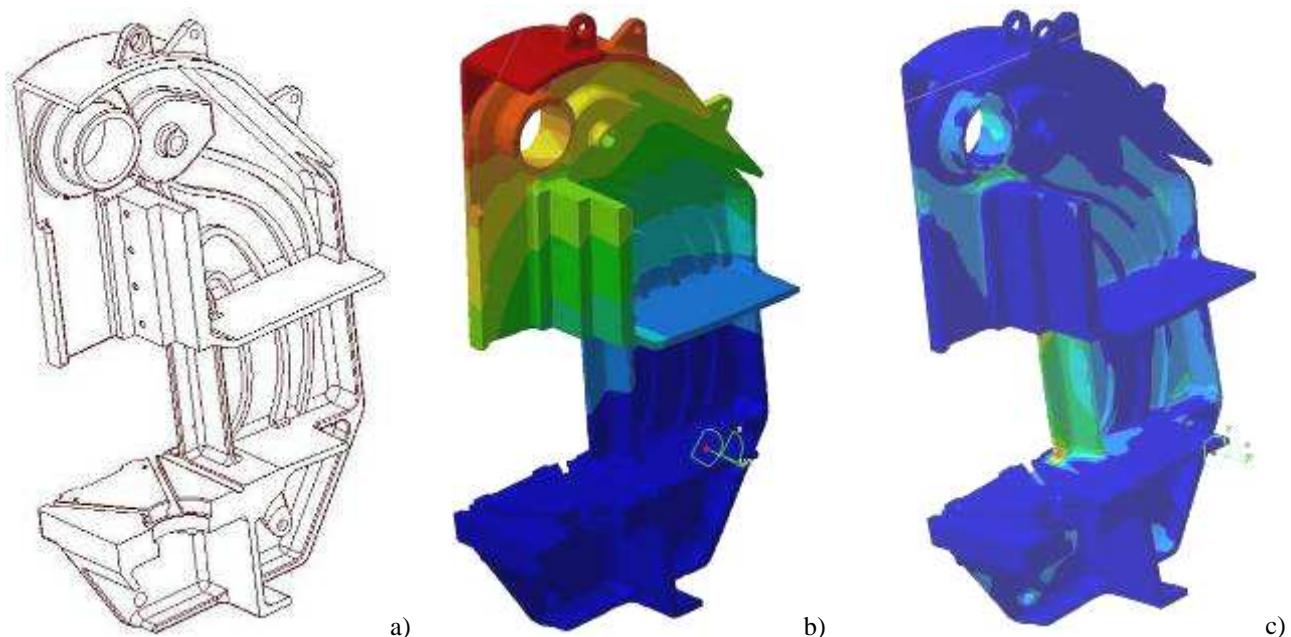


Fig. 9. Batiu cu nervuri curbe orientate de-a lungul izoclinelor stării de tensiuni: modelul 3D (a), starea de deformații (b) și starea de tensiuni (c)

Fig. 9. Frame with curved ribbing oriented along the isoclines of the state of stress: 3D model (a), state of deformations (b) and state of stress (c)

Rezultatele obținute în urma analizei cu element finit a acestui model de batiu pun în evidență o scădere cu peste 6% a cedării batiului măsurată în axa alezajului arborelui principal în

The results obtained by FE analysis of the frame model reveal a decrease by more than 6% of the frame yield measured in the machine spindle bore axis, namely of 0.255 mm, in relation to the

raport cu soluția constructivă de referință, la 0,255 mm, în condițiile unei valori maxime a stării de tensiuni de 31,8 MPa, foarte puțin diferită de cea corespunzătoare batiului preseii PAI 25.

### 8. Interpretarea rezultatelor

O sinteză a valorilor cedărilor măsurate în axa arborelui principal și a tensiunilor maxime din batiurile prezentate anterior, precum și a acelorași mărimi corespunzătoare batiului de referință, se prezintă în figurile 10 și respectiv 11.

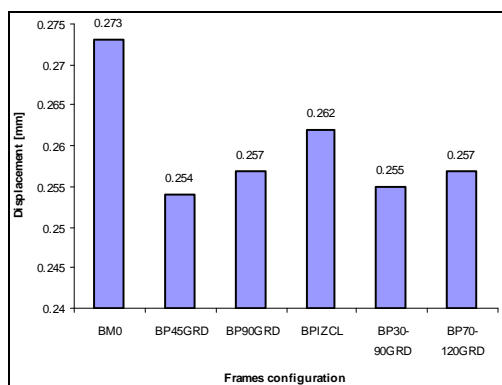


Fig. 10. Cedarea, măsurată pentru axa alezajului arborelui principal  
 Fig. 10. Yield, measured for the spindle bore axis

La toate batiurile nervurate prezentate cedarea măsurată pentru axa alezajului arborelui principal este mai mică, cu (4,03 ... 6,96)%, față de cea corespunzătoare modelului de referință. Rezultă că toate aceste modele au rigiditate sporită. Deși creșterea de rigiditate nu este spectaculoasă, este semnificativă și poate conduce la reducerea consumului energetic de exploatare a preselor.

La majoritatea noilor modele de batiuri, valoarea maximă a tensiunii este mai mare decât cea a modelului de referință, cu valori cuprinse între 0,6% și 13,92%. Excepție face batiul cu nervuri înclinate la +20° și -20°, intersectate, la care valoarea maximă a tensiunii este mai mică cu 5,06%.

Având în vedere aceste rezultate, batiul BP70-120GRD, cel cu nervuri înclinate la +20° și -20°, intersectate, este cea mai bună soluție: asigură simultan scăderea cedării, cu 5,86%, și a tensiunilor maxime, cu 5,06%.

Modelele de batiuri nervurate ce fac obiectul prezentei lucrări păstrează aceeași grosime a pereților laterali. Ca urmare a nervurării, volumul de material necesar pentru obținerea acestor batiuri crește. În figura 12 se dau, inclusiv grafic, informații privind volumul de material necesar pentru variantele de batiuri prezentate, inclusiv pentru batiul de referință, precum și masa corespunzătoare lor.

reference constructive solution, for a maximum value of the state of stress of 31.8 MPa, insignificantly different from the one corresponding to the PAI 25 press frame.

### 8. Interpretation of the results

Figures 10 and 11, respectively, present a synthesis of the yields measured in the spindle axis and the maximum stresses in the previously presented frames, as well as of the same quantities corresponding to the reference machine frame.

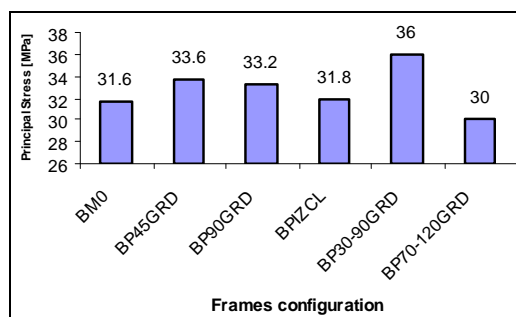


Fig. 11. Tensiunea maximă manifestată în batiu  
 Fig. 11. Maximum stress in the frame

In all presented ribbed frames the yield measured for the spindle bore axis is smaller by (4.03 ... 6.96)% in relation to the corresponding value of the reference model. It follows that all these models benefit from increased stiffness. Although not spectacular, the increase in stiffness is however significant and may lead to reduced energy consumption of press operation.

In most new models of frames, the maximum value of stress is larger than that of the reference model by 0.6% to 13.92%. The only exception is the frame with +20° and -20° tilted cross ribbing, where the maximum value of the stress is smaller by 5.06%.

Considering these results, the BP70-120GRD with +20° and -20° tilted cross ribbing represents the best solution: it simultaneously ensures a reduction of the yield by 5.86% and of the maximum stress by 5.06%.

The models of ribbed frames discussed in this paper maintain the same thickness of the lateral walls. As a result of ribbing, the required volume of material for these frames increases. Figure 12 features, also graphically, information on the required volume of material for the presented variants of frames, including for the reference machine frame, as well as their corresponding mass.

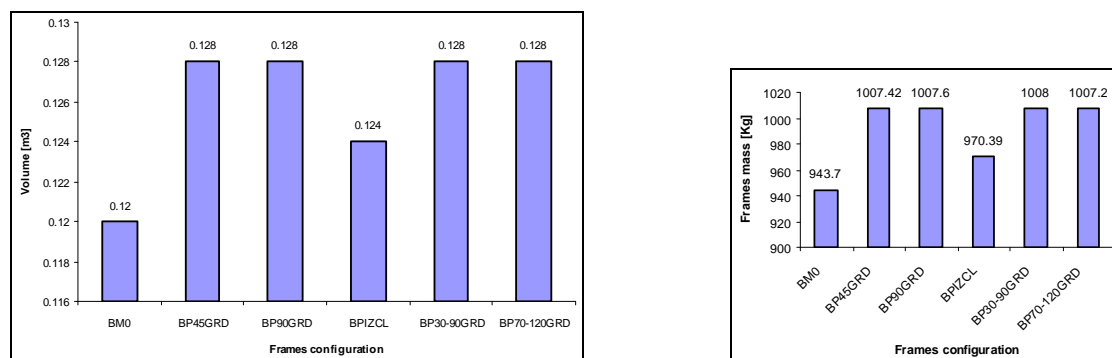


Fig. 12. Volumul de material necesar și masa unor modele de batiuri  
 Fig. 12. Required volume of material and mass of some frame models

Creșterea maximă de volum este redusă, de 6,67%, reprezentând un necesar suplimentar de material de 13,5 kg. Costul acestui consum suplimentar de material este mic în raport cu scăderea semnificativă de energie consumată în etapa de exploatare a preseii, scădere determinată de creșterea de rigiditate.

## 9. Concluzii

Din punct de vedere al rezistenței, batiul este o componentă esențială a preselor, în particular al celor mecanice cu manivelă.

Creșterea de rigiditate a batiurilor determină o reducere a consumului energetic de exploatare, aspect esențial în contextul dezvoltării durabile.

De regulă, creșterea rigidității se obține cu un consum sporit de material. Lucrarea de față explorează și propune o soluție alternativă: creșterea rigidității prin nervurarea pereților laterali ai batiului.

Soluțiile propuse, batiuri cu pereți nervurați cu nervuri intersectate – orientate sub unghiuri diverse, sau cu nervuri curbilini orientate după direcția izoclinelor stării de tensiuni – oferă bune rezultate în ceea ce privește scăderea cedării batiului.

Dintre soluțiile prezentate, batiul cu nervuri înclinate la  $+20^\circ$  și  $-20^\circ$ , intersectate, este cea mai bună soluție: asigură simultan scăderea cedării, cu 5,86%, și a tensiunilor maxime, cu 5,06%.

## References

- Cioară, R.: *Mașini-unelte pentru prelucrat prin deformare (Machine Tools for Plastic Deformations)*. Ed. Universității Transilvania Brașov, ISBN 978-973-598-306-2, Romania, 2008 (in Romanian)
- Haftka, T.T. et al.: *Elements of Structural Optimisation*. 2<sup>nd</sup> Edition, Kluwer, 1990
- Ispas, C. et al.: *Mașini-unelte. Elemente de structură (Machine Tools. Structural Elements)*. Ed. Tehnică, București, Romania, 1997 (in Romanian)
- Mogan, Gh.: *Analiza cu elemente finite în inginerie (Finite Element Analysis in Engineering)*. Ed. Universității Transilvania Brașov, Romania, 2007 (in Romanian)
- Racz, G., Bologa, O. Oleksik, V.: *Optimisation of the eccentric press structure*. Proceedings of the Fifth Conference on Management of Innovative Technologies MIT, p. 256-264, ISBN 961-90390-7-6, 11-12 October 2001, Piran, Slovenia
- \*\*\*: *Fundamentals of Design*. Pro/ENGINEER Wildfire, PTC (Parametric Technology Corporation)

The maximum volume increase is reduced, of only 6.67%, representing additional 13.5 kg of material. The cost of this additional material consumption is small compared to the significant saving of energy consumed during press operation, determined by the increased stiffness.

## 9. Conclusions

From the viewpoint of strength, the frame is an essential component of presses in general, and of mechanical crank presses in particular.

Increased frame stiffness reduces energy consumption during operation, an essential aspect of sustainable development.

Typically stiffness is improved by increasing material consumption. The paper explores and recommends an alternative solution: increasing stiffness by ribbing of the frame lateral walls.

The proposed solutions, namely frame walls with cross ribbing tilted at various angles, or with curved ribbing oriented by the isoclines of the state of stress offer good results as to reducing frame yield.

From the presented solutions the frame with cross ribbing tilted at  $+20^\circ$  and  $-20^\circ$  is the best: it simultaneously ensures a reduction of the yield by 5.86% and of the maximum stress by 5.06%.