

INFLUENȚE DINAMICE ÎN TRANSMISIILE CARDANICE

DYNAMIC INFLUENCES IN CARDAN TRANSMISSIONS

Radu SĂULESCU*, Livia HUIDAN*, Nicolae BERCAN**

*"Transilvania" University of Brasov, Romania

**"Lucian Blaga" University of Sibiu, Romania

Rezumat. Lucrarea are ca obiectiv principal analiza influențelor unor parametri reprezentativi asupra comportării cinematice și dinamice a transmisiilor policardanice; pentru aceasta s-a realizat un program în mediul Excel, care permite identificarea efectelor urmărite pe baza simulărilor numerice. Rezultatele obținute sunt utile în proiectarea acestor transmisii.

Abstract. The main objective of the paper is the analysis of some representative parameters on the kinematic and dynamic behaviour of n-cardan transmissions; with this purpose a program, using the soft Excel, was elaborated. The obtained results are useful in the design of these transmissions.

Cuvinte cheie: transmisiile cardanice, efecte elastice, efecte inerțiale, abatere de la homocinetism

Key words: cardan transmission, elastic effects, inertial effects, homokinetic deviation

1. Introducere

Conform obiectivului formulat, în lucrare se modelează, prin simulare asistată, influența momentelor mecanice de inerție ale arborilor și a elasticităților arborilor intermediari, asupra comportării cinematice și dinamice a unei transmisii bicardanice, în condiții uzuale de exploatare (prevăzute în prospectele de firmă [6]).

În simulările efectuate, rigiditatea (și implicit elasticitatea) arborilor intermediari este descrisă prin coeficientul de rigiditate c :

- $c = \infty$, în premiza arborilor intermediari rigizi;
- $c = 9526,896$ [N·m/rad], în premiza arborilor intermediari elastici.

Pe baza modelelor teoretice stabilite în [5] și [6], s-a elaborat un program, în mediul Excel. Diagramele obținute în urma simulărilor numerice permit decelarea de concluzii utile pentru cercetare și proiectare.

1. Introduction

According to the formulated objective, in the paper, the influence of the mechanical moments of inertia of the shafts and that of the elasticities of the secondary shafts on the kinematic and dynamic behaviour of a 2-cardan transmission, are modeled through computer-aided simulation, for usual plant conditions (provided in firm leaflets [6]).

In the performed simulations, the rigidity (and, implicitly, the elasticity) of the secondary shafts is described by the rigidity factor c :

- $c = \infty$, considering the secondary shafts rigid;
- $c = 9526,896$ [N·m/rad], considering the secondary shafts elastic.

Basing on the theoretical models established in [5] and [6], a computational program, using the soft Excel, was elaborated. The obtained diagrams after the numerical simulations allow formulating conclusions of use in research and design.

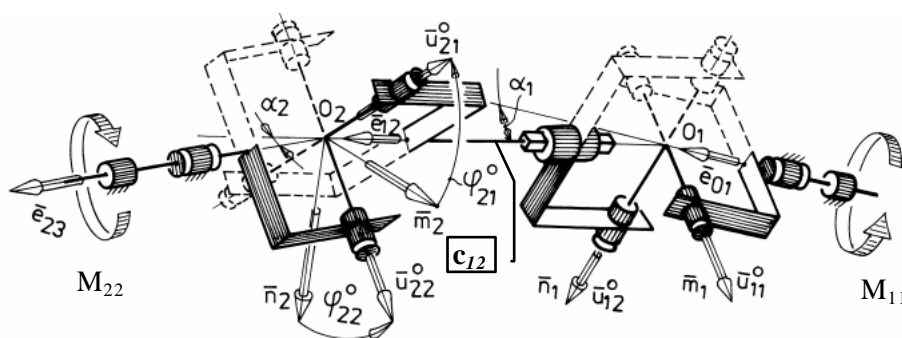


Figura 1. Transmisie bicardanică determinată static, cu arbore intermediar elastic
Figure 1. Statically determined 2-cardan transmission, with elastic secondary shaft

2. Premise, algoritm și program de analiză

În modelarea transmisiei cardanice (izolată din mașină) se consideră că:

2. Assumptions, algorithm and analysis program

In the modeling of a cardan transmission (isolated from the machine), it is considered that:

- Forțele exterioare ale transmisiei constau într-un moment motor (de intrare) M_1 și un moment rezistent (de ieșire) M_2 ;
- Pierderile prin frecare, datorate mișcărilor relative de rotație din cuple sunt considerate neglijabile;
- Se neglijează momentele și forțele de inerție ale crucilor cardanice, în raport cu cele ale arborilor cardanici;
- Transmisia este static determinată;
- Se consideră independent momentul de ieșire M_2 ;
- Se neglijează deformațiile elastice ale arborilor extremali și crucilor cardanice; în lucrare se studiază numai influența elasticității arborelui cardanic intermediar, deoarece acesta are o rigiditate net mai mică față de ceilalți arbori.

Ținându-se seama de aceste premise s-a conceput următorul algoritm de modelare:

1. Se determină numeric și se trasează grafic:

- variația diferențelor unghiulare

$$\varphi_{jk} - \varphi_{ij} = \xi_{ij} = \xi_{ij}(\varphi_{11});$$

- variația vitezelor și a accelerațiilor unghiulare

$$\omega_{ij} = \omega_{ij}(\varphi_{11}), \text{ respectiv } \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\varphi_{11});$$

- variația momentelor de torsiune intermediare

$$T_{12} = T_{12}(M_2, \varphi_{11}), T_{21} = T_{21}(M_2, \varphi_{11});$$

- variația momentului de torsiune de la intrare

$$M_1 = M_1(M_2, \varphi_{11}).$$

2. Determinarea și trasarea diagramei s-au realizat cu ajutorul parametrilor de stare prezentați deasupra figurilor, în cele două situații: cu arbori rigizi (figura 2), respectiv elastici (figura 3).

Pe baza acestui algoritm s-a elaborat un program în Excel, cu ajutorul căruia s-au efectuat simulări numerice conform următorului program de testare:

- Arbore intermediar rigid și momente mecanice de inerție nule (fig. 2, a, ..., e);
- Arbore intermediar rigid și momente mecanice de inerție (fig. 2, a₁, ..., e₁) conform cataloagelor de specialitate [6];
- Arbore intermediar elastic și momente mecanice de inerție nule (fig. 3, a, ..., e);
- Arbore intermediar elastic și moment mecanice de inerție (fig. 3, a₁, ..., e₁) conform cataloagelor de specialitate [6].

3. Simulări numerice și analiză comparativă

În urma rulării programului elaborat în mediul Excel, cu datele anterior precizate, s-a obținut o bogată familie de diagrame; în figurile 2 și 3 s-au ilustrat succint cele mai semnificative dintre acestea.

Pe baza figurilor 2 și 3 se analizează influența

- The external forces of the transmission consist of a (input) drive moment M_1 and a (output) moment of inertia M_2 ;
- The losses due to friction, caused by the relative rotating motions in couplings, are considered neglectable;
- The inertial torques and forces of the crossheads in relation to those of the cardan shafts are neglected;
- The transmission is statically determined;
- The output moment M_2 is considered independent;
- The elastic deformations of the extreme shafts and crossheads are neglected; the paper presents only the influence of the secondary shaft elasticity because this has a pointedly smaller rigidity than the other shafts.

Considering these conditions, the following modeling algorithm was elaborated:

1. Numerical determination and layout of:

- the variation of angular differences

$$\varphi_{jk} - \varphi_{ij} = \xi_{ij} = \xi_{ij}(\varphi_{11})$$

- the variation of angular speeds and accelerations

$$\omega_{ij} = \omega_{ij}(\varphi_{11}), \text{ respectively } \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(\varphi_{11});$$

- the variation of intermediate torques

$$T_{12} = T_{12}(M_2, \varphi_{11}), T_{21} = T_{21}(M_2, \varphi_{11});$$

- the variation of the input torque

$$M_1 = M_1(M_2, \varphi_{11})$$

2. The determination and diagrams' layout were realized by means of the condition parameters presented above the figures, for both of the cases: with rigid shafts (figure 2) and with elastic shafts (figure 3).

Basing on this algorithm, a computational program, by means of the soft Excel, was elaborated, for numerical simulations according to the following testing program:

- Rigid secondary shaft and zero mechanical moments of inertia (figures 2, a, ..., e);
- Rigid secondary shaft and mechanical moments of inertia (figures 2, a₁, ..., e₁), according to the professional catalogues [6];
- Elastic secondary shaft and zero mechanical moments of inertia (figures 3, a, ..., e);
- Elastic secondary shaft and mechanical moments of inertia (figures 3, a₁, ..., e₁), according to the professional catalogues [6].

3. Numerical simulations and comparative analysis

After running the program elaborated by means of the soft Excel, with the previously specified data, a large set of diagrams was obtained; the most representative are presented in figures 2 and 3.

Basing on figures 2 and 3, the influence of the

elasticității arborelui cardanic intermediar asupra comportării cinematice și dinamice a transmisiei (arborii extremali fiind de obicei mai scurți, se consideră rigizi).

Din analiza comparativă a diagramelor din figurile 2 și 3 reiese că:

- Diferența $\varphi_{21} - \varphi_{12}$ și abaterea $\varphi_{22} - \varphi_{11}$ sunt nule (fig. 2a), dacă arborele cardanic intermediar este rigid; în această situație transmisia este evident homocinetică (vezi fig. 2b, c);
- Din figura 3a reiese că diferența unghiulară, care reprezintă deformația elastică a arborelui intermediar, induce o abatere $\varphi_{22} - \varphi_{11}$ asemănătoare diferenței $\varphi_{21} - \varphi_{12}$, dar cu o amplitudine mai mare. În aceste condiții transmisia devine *cvasihomocinetică* cu o abatere maximă $|\varphi_{22} - \varphi_{11}|_{\max} < 0,2^{\circ}$; evident această abatere scade cu scăderea momentului de încărcare M_2 .

Așadar, în cazurile uzuale, influența elasticității arborelui intermediar poate fi practic neglijată; în cazurile speciale (cu arbori lungi și momente mari de încărcare) se impune compensarea abaterii de la homocinetism prin proiectarea transmisiei astfel că în stare deformată (încărcată) abaterea de la homocinetism să devină nulă sau neglijabilă.

- Momentele arborelui intermediar T_{12} , T_{21} au o variație cosinusoidală, a cărei amplitudine descrie încărcarea dinamică a arborelui intermediar și nu este influențată nici de elasticitatea arborelui cardanic intermediar și nici de momentele mecanice de inerție;
- La scara de reprezentare utilizată, în figurile 2d, d_1 și 3d, d_1 momentele arborelui de intrare și ieșire sunt aproape identice; aceasta arată că încărcarea dinamică, datorată momentelor mecanice de inerție ale arborilor, este practic nesemnificativă; pentru a se scoate totuși în evidență ordinul de mărime al încărcării dinamice, cauzată de momentele mecanice de inerție ale arborilor, în figurile 2e, e_1 și 3e, e_1 s-au ilustrat, la scară mărită, variațiile momentului de intrare, în premisa că momentul rezistent rămâne constant $M_2 = 150$ N·m. Conform diagramelor obținute, momentul $M_1 = -T_{11}$ are o variație sinusoidală în condiții dinamice (figurile 2d₁ și 3d₁) și este egal cu momentul de la intrare în condiții statice (figurile 2d și 3d).

Momentul arborelui de intrare este practic identic cu momentul arborelui de la ieșire (v. figurile 2d, d_1 și 3d, d_1); aceasta arată că încărcarea dinamică, datorată elasticității și momentelor mecanice de inerție, este practic nesemnificativă.

secondary cardan shaft's elasticity on the kinematic and dynamic behaviour of the transmission is analyzed (because usually the extreme shafts are shorter, they are considered rigid).

The outcomes of the comparative analysis from figures 2 and 3 are:

- The difference $\varphi_{21} - \varphi_{12}$ and the deviation $\varphi_{22} - \varphi_{11}$ are zero (figure 2a), if the secondary cardan shaft is rigid; in this case, the transmission is obviously homokinetic (see figures 2b, c);
- From figure 3a it derives that the angular difference, representing the elastic deformation of the secondary shaft, induces a deviation $\varphi_{22} - \varphi_{11}$, similar to the difference $\varphi_{21} - \varphi_{12}$, but with a greater amplitude. Under these circumstances, the transmission becomes quasi-homokinetic, with a maximum deviation $|\varphi_{22} - \varphi_{11}|_{\max} < 0,2^{\circ}$; obviously, this deviation becomes lower with the decrease of the loading moment M_2 .

Thus, for usual conditions, the influence of the secondary shaft's elasticity can be practically neglected; in special cases (with long shafts and great loading moments), the adjustment of the homokinetic deviation is assessed, so that, in a deformed (loaded) state, the homokinetic deviations should become zero or negligible.

- The torques of the secondary shaft T_{12} , T_{21} have a cosine variation, whose amplitude describes the dynamic loading of the secondary shaft and is not influenced by the elasticity of the secondary cardan shaft, nor by the mechanical moments of inertia;
- At the used scale, the torques of the input and output shaft are in figures 2d, d_1 and 3d, d_1 almost equal; this shows that the dynamic loading caused by the mechanical moments of inertia of the shafts is practically insignificant, to point out the size grade of the dynamic loading, caused by the mechanical moments of inertia of the shafts, in figures 2e, e_1 and 3e, e_1 , the variations of the input moment, considering a constant moment of resistance $M_2 = 150$ N·m, were represented at a larger scale. According to the obtained diagrams, the torque $M_1 = -T_{11}$ has a sinusoidal variation under dynamic conditions (figures 2d₁ and 3d₁) and is equal to the input moment under static conditions (figures 2d and 3d).

The input shaft's torque is practically equal to the output shaft's torque (see figures 2d, d_1 and 3d, d_1); this shows that the dynamic loading caused by elasticity and mechanical moments of inertia is practically insignificant.

$\alpha_1 = \alpha_2 = 27,99^\circ$, $\varphi_{11}^0 = 0^\circ$, $v_{12} = 0^\circ$, $\beta_{12} = 180^\circ$, $\omega_{11} = 1$ [rad/s], $\varepsilon_{11} = 0$ [rad/s²], $M_2 = 150$ [N·m]
 $c_{12} = \infty$ [N·m/rad], $J_1 = J_{12} = J_3 = 0$ [kg·m²]

$c_{12} = \infty$ [N·m/rad], $J_1 = J_{12} = J_3 = 3.41 \cdot 10^{-4}$ [kg·m²]

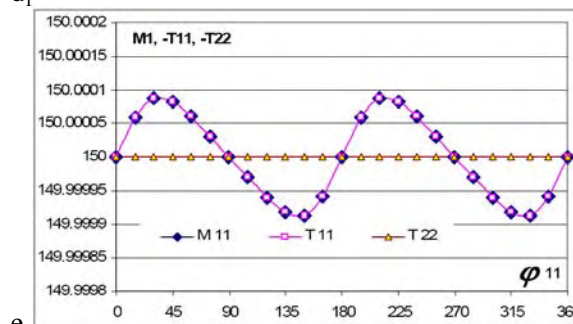
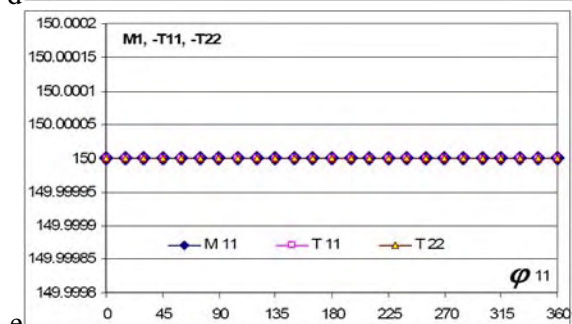
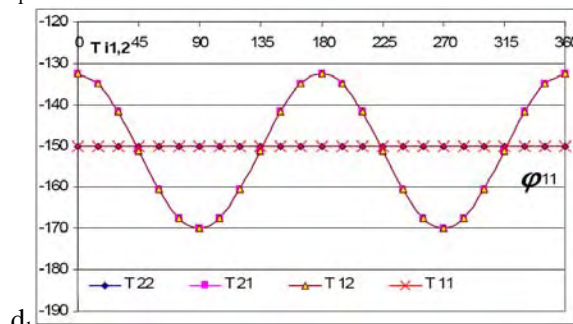
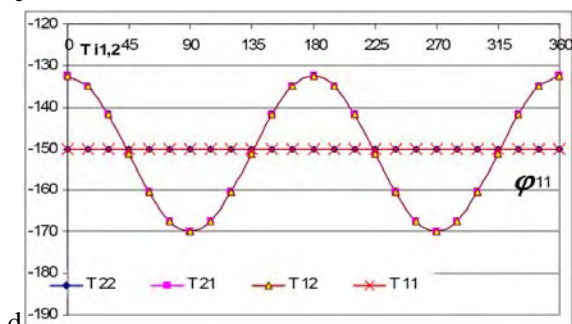
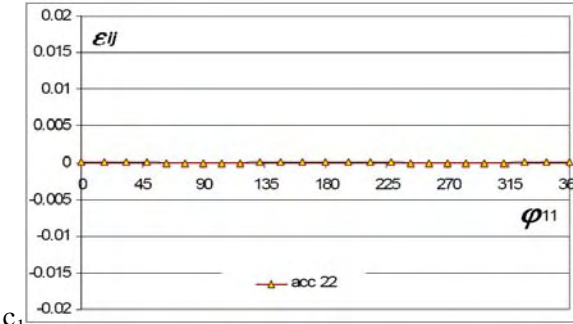
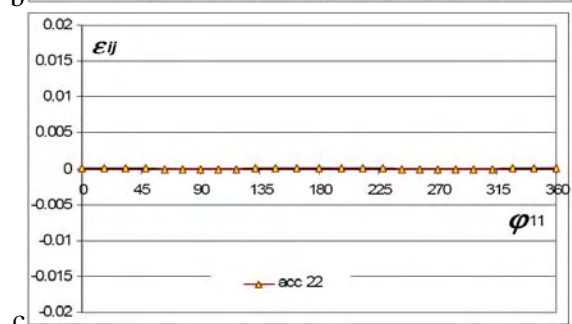
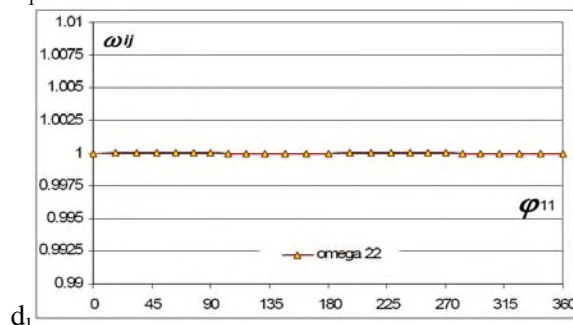
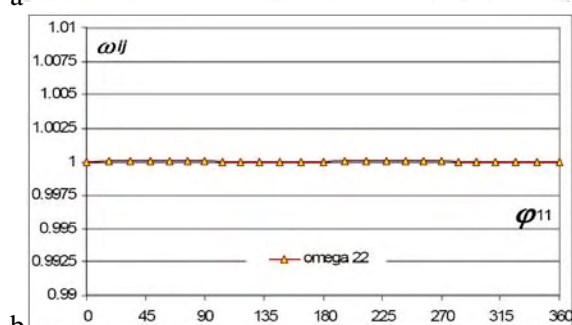
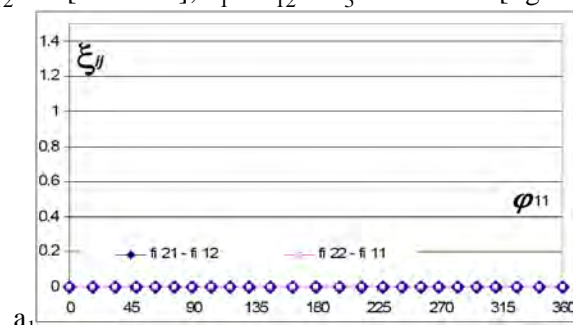
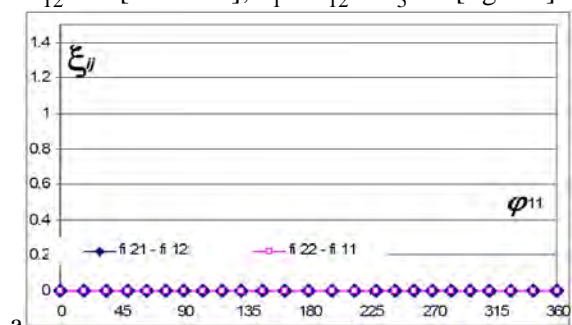


Figura 2 Diagramele variațiilor cinematice și dinamice, cu arbore intermediar rigid
 Figure 2. Diagrams of kinematic and dynamic variations, with rigid secondary shaft

$\alpha_1 = \alpha_2 = 27.99^\circ, \varphi_{11}^0 = 0^\circ, v_{12} = 0^\circ, \beta_{12} = 180^\circ, \omega_{11} = 1 [\text{rad/s}], \varepsilon_{11} = 0 [\text{rad/s}^2], M_2 = 150 [\text{N}\cdot\text{m}]$
 $c_{12} = 9526,89599 [\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}], J_1 = J_{12} = J_3 = 0 [\text{kg}\cdot\text{m}^2] \quad c_{12} = 9526.89 [\text{N}\cdot\text{m}/\text{rad}], J_1 = J_{12} = J_3 = 3.41 \cdot 10^{-4} [\text{kg}\cdot\text{m}^2]$

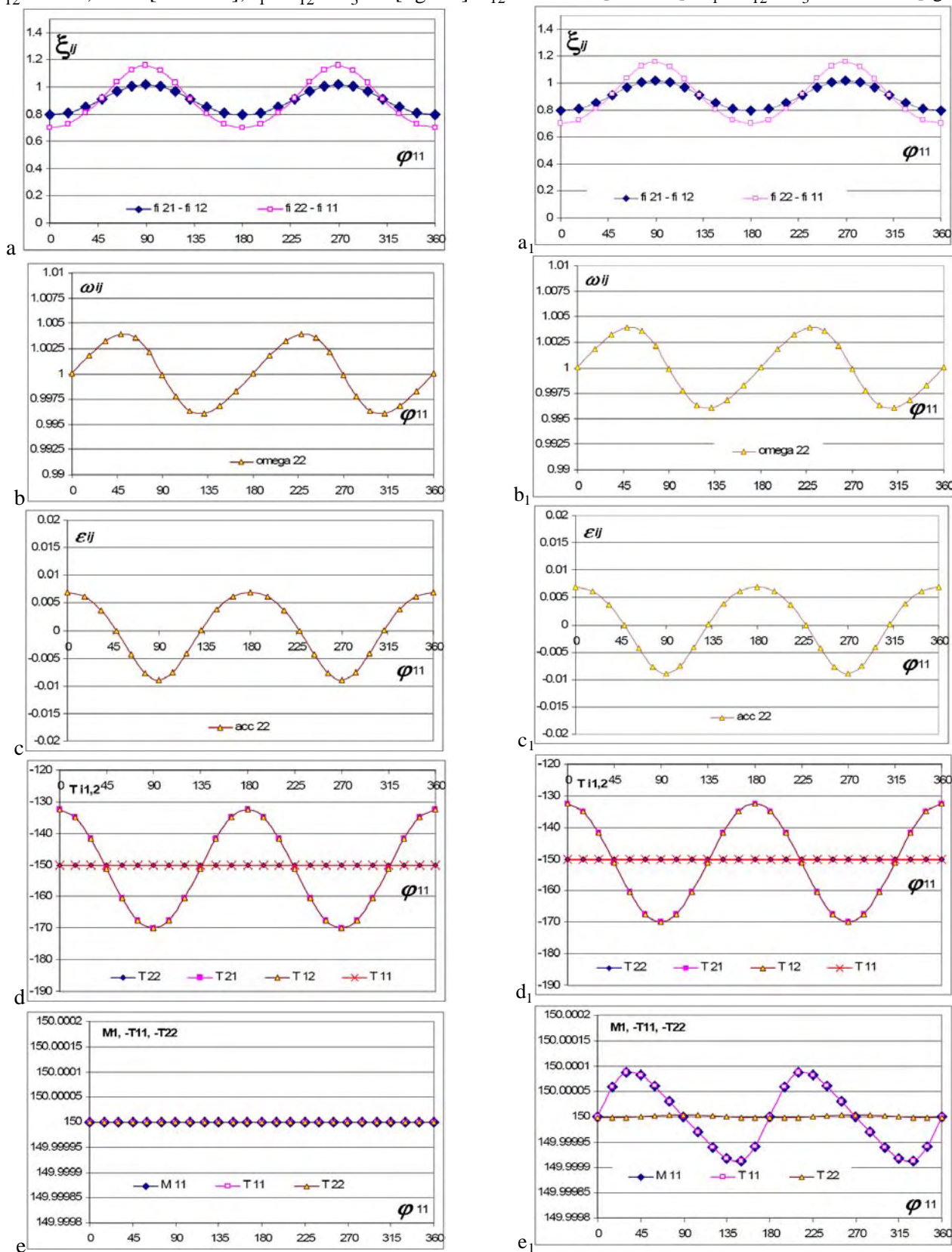


Figura 3 Diagramele variațiilor cinematice și dinamice, cu arbore intermediar elastic
 Figure 3. Diagrams of kinematic and dynamic variations, with elastic secondary shaft

4. Concluzii

În final pot fi formulate următoarele concluzii:

1. Deși teoretic încărcarea dinamică a transmisiei crește cu momentul mecanic de inerție, acest efect poate fi neglijat în condiții uzuale de exploatare.
2. Elasticitatea arborelui intermediar influențează abaterea de la homocinetism a transmisiei astfel: a) în cazurile uzuale, transmisia bicardanică devine *cvasihomocinetică* și deci abaterea de la homocinetism poate fi practic neglijată; b) în cazurile speciale, cu arbori lungi și momente mecanice de inerție mari, se impune compensarea abaterii de la homocinetism prin proiectarea transmisiei astfel ca în stare deformată (încărcată) abaterea de la homocinetism să devină nulă, sau neglijabilă. Din analiza comparativă a diagramelor prezentate, reiese că, în condiții uzuale, influența elasticității arborelui intermediar asupra momentelor de torsiune poate fi practic neglijată;
3. Efectele momentelor de inerție și ale elasticității arborelui intermediar, asupra abaterii de la homocinetism și a momentelor de torsiune, pot fi neglijate în condiții uzuale de utilizare; în condiții speciale, în care momentele mecanice de inerție sunt foarte mari sau arborii cardanici sunt foarte zvelți, neglijarea acestor efecte nu mai poate fi admisă.

References

1. Duditz, F.: *Cardan transmissions and their applications*. Düsseldorf, VDI-Verlag, Germany, 1973 (in German)
2. Dudiță, Fl., a.o.: *On the modelling of homokinetical tricardanic transmissions*. 2nd International Conference „Research and Development in Mechanical Industry” RaDMI2002, p. 872-877, vol. II, ISBN 86-83803-03-1, Yugoslavia
3. Dudiță, Fl., s.a.: *Cardan Transmission*. Ed. Transilvania Expres, ISBN 973-8196-20-5, Brasov, Romania, 2003 (in Romanian)
4. Diaconescu, D.V., Jaliu, C., Săulescu, R. *Dynamic modeling of a 2-Cardan transmission in a modular variant. Part I: Modelling of the representative modules*. **RECENT**, Vol. 7, nr. 1 (16), 2006, p. 18-23, ISSN 1582-0246
5. Săulescu, R., Diaconescu, D.V., Borca, A.: *Dynamic modeling of a 2-Cardan transmission in a modular variant. Part II: The Dynamic Analysis of a Transmission*. **RECENT**, Vol. 7, nr. 2 (17), 2006, p. 88-92, ISSN 1582-0246
6. ***: *Joint shafts for industry applications*. Gelenkwellenbau GmbH-Essen, KGN Automotive, Cardantec Division (in German)

Lucrare primită în Mai, 2007
(și în formă revizuită în Iunie, 2007)

Received in May, 2007
(and revised form in June, 2007)