

PREDICȚIA STATISTICĂ A PRECIZIEI ANSAMBLULUI DOUĂ ALEZAJE ȘI DOUĂ BOLȚURI

STATISTICAL PREDICTION OF THE TWO-HOLE TWO-PIN LOCATING ACCURACY

Tudor PĂUNESCU

“Transilvania” University of Brasov, Romania

Rezumat. Metoda de asamblare mecanică prin două alezaje paralele și două bolțuri este frecvent utilizată când se dorește obținerea unor precizii mari de poziționare și orientare a componentelor. Predicția preciziei de asamblare este o etapă esențială în procesul de proiectare. În această lucrare se ia în considerare toleranța geometrică independentă, este propus un model matematic pentru calculul erorilor de poziționare și orientare realizate de ansamblul amintit, inclusiv algoritmul aferent de rezolvare, sunt prezentate rezultatele simulărilor obținute prin metoda Monte Carlo, sunt analizate ponderile factorilor generatori de erori și pe baza acestora sunt făcute recomandări de proiectare.

Cuvinte cheie: CAD, simulare Monte Carlo, proiectare geometrică statistică, analiză toleranțe

1. Introducere

După cum este cunoscut, asamblarea mecanică a două piese, una având două alezaje cilindrice scurte și paralele, cealaltă două bolțuri cilindrice (2A2B), este frecvent utilizată când este necesară o precizie înaltă de poziționare și orientare (figura 1).

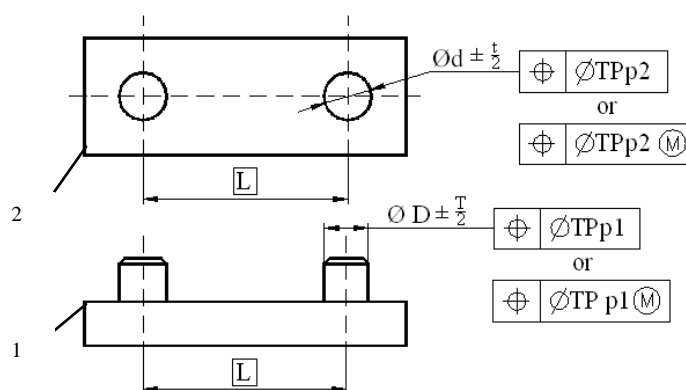


Figura 1. Asamblarea mecanică prin două alezaje-două bolțuri
Figure 1. Two holes - two pins mechanical assembly

Pentru determinarea preciziei de poziționare și orientare (P&O) a ansamblurilor mecanice au fost dezvoltate numeroase metode, bazate pe teoria șuruburilor, meta-funcții, constrângeri de contact implicite și neliniare, metode variaționale, metode secvențiale care imită asamblare pieselor, prin abordări deterministe sau stohastice [1, 2, 3, 4, 5].

Analiza preciziei geometrice a ansamblului 2A2B este dificilă deoarece lanțurile dimensionale sunt spațiale, multidimensionale și neliniare.

Abstract. The mechanical assembly method of two pieces having: one two parallel holes, the other two pins, is often used when have to achieve a high position and orientation accuracy. The prediction of the assembly accuracy is a one of the indispensable stages in design process. In this paper the geometrical tolerances are involved, the RFS tolerancing (the geometry tolerance is applied regardless of its feature size), a mathematical model of the geometric errors and the associate algorithm are proposed, the results of the Monte Carlo simulations are presented and analysed. The weights of the errors factors are analysed and based on its several design recommendations are indicated.

Key words: CAD, Monte Carlo simulation, statistical geometrical design, tolerance analysis

1. Introduction

As is well known, the mechanical assembly of two pieces having: one, two parallel holes, the other two pins (2H2P), is often used when have to achieve a high position and orientation accuracy (figure 1).

Various methods for determination of location and orientation (L&O) accuracy have been developed, based on small screw theory, meta functions, nonlinear and implicit contact constraints, variational methods, sequential methods that mimics the actual placement of a piece in a conjugate piece, deterministic or stochastic approaches [1, 2, 3, 4, 5].

The geometrical accuracy analysis of 2H2P assembly is a difficult task because the dimensional chains are spatial, multi-dimensional and nonlinear.

În proiectare, una din sarcinile principale este estimarea deplasării relative a pieselor asamblate datorate erorilor. În consecință se lucrează cu modele geometrice ale componentelor ansamblului.

Dacă piesele au suprafețe cilindrice de centrare cu înălțimi mai mici decât diametrele, se poate face aproximarea modelului 3D cu unul 2D.

Pentru analiza statistică a preciziei geometrice 2D a ansamblului 2A2B s-a adoptat metoda simulării Monte Carlo (SMC).

SMC este un instrument eficient de analiză a toleranțelor, fiind folosit și în proiectarea ansamblurilor mecanice [1, 4, 5]. Este aplicat ca atare sau combinat cu alte metode (metode hibride) [6].

Sunt bine cunoscute avantajele aplicării SMC relativ la flexibilitatea adoptării a diferite tipuri de date de intrare, cu repartiții normale sau de altă natură și a funcțiilor de asamblare a acestora.

Punctele slabe ale metodei MC sunt numărul mare de încercări dacă se dorește obținerea unor rezultate precise, dificultatea manipulării unor funcții de asamblare iterative și calculul sensibilității.

Teoretic, precizia metodei MC este nelimitată, practic, însă pentru precizii ridicate rulările pot dura mult. În general, pentru determinarea preciziei ansamblurilor mecanice sunt suficiente sute de mii de încercări [1].

Sensibilitatea este raportul dintre variația mărimilor de ieșire și cea a mărimilor de intrare. Estimarea acesteia nu rezultă direct din aplicarea SMC. O metodă constă în menținerea constantă a variabilelor de intrare cu excepția câte uneia, a cărei efect asupra variabilelor de ieșire este studiat.

În consecință, cele mai apropiate rezultate de realitate pot fi obținute pe baza metoda secvențială și a modelului statistic al ansamblului 2A2B.

2. Modelul matematic și algoritmul

Principalele trei surse ale erorilor de natură geometrică în cazul ansamblurilor mecanice sunt [1]: variațiile dimensionale (cote liniare și unghiulare); variații de formă și poziții (poziție, circularitate, înclinare) și variații cinematice (reglaje fine între subsansabluri).

În această lucrare se iau în considerare doar prima și a doua categorie de erori.

Prima sursă de erori este imprecizia de poziționare a axelor alezajelor și bolțurilor (TPp1, TPp2) (figura 2a). Repartiția acestora este în general normală, iar modulul vectorului eroare de poziționare are valori aleatoare cuprinse între 0 și TPp/2. Alt parametru este direcția vectorului. Se presupune că aceasta este o variabilă aleatoare, uniform distribuită,

One major design task is to find one piece displacement to the other, that results from errors of pieces. Accordingly, geometrical models of pieces are considered.

If components have a low ratio of height to length, is possible to simplify the 3D geometrical model to a 2D.

A Monte Carlo simulation (MCS) approach to 2D statistical tolerance analysis of the 2H2P assembly has been adopted.

MCS is an efficient tool of tolerance analysis to the design of mechanical assemblies [1, 4, 5]. It is applied as a pure statistical method or in combination with other methods [6].

It is well known that the MCS is the most flexible of the methods in terms of different types of input, with distributions other than the normal distribution, and assembly functions.

The major weaknesses of MCS are the number of trials necessary for a high accuracy, iterative assembly functions, and calculating the sensitivities.

The accuracy of MCS is theoretically unlimited, but high levels of accuracy require large sample sizes, therefore intensive computation and time consuming. Hundreds of thousands of samples are required for accurate results of mechanical assembly tolerance analysis [1].

The sensitivities reveal how the output changes as each of the independent variables change. The estimation of sensitivities is not a direct result of MCS. A method consists of holding the entire independent variables constant except for the one being studied.

Accordingly, the most realistic results can be obtained working with sequential methods and the stochastic models of 2H2P assembly.

2. Mathematical model and algorithm

Three main sources of geometric errors must be accounted in mechanical assemblies [1]: dimensional variations (lengths and angles); geometric form and feature variations (position, roundness, angularity and kinematic variations (small adjustments between mating parts).

In this study, dimensional and positional variations are accounted.

The first source of errors is the position tolerance (TPp1, TPp2) of the bolts and holes (figure 2a). The distribution of the bolt/hole location is usually normal, and the magnitude of this vector-error is $0 \dots TPp/2$. Another parameter is the direction of the location of the axis. It is assumed that the random variable with a uniform distribution

cu valori între 0 și 2π . Astfel poziția efectivă a cetrelor celor două bolțuri este O_{11} , respectiv O_{12} .

from 0 to 2π . Thus, the effective locations of the bolts are O_{11} , O_{12} respectively.

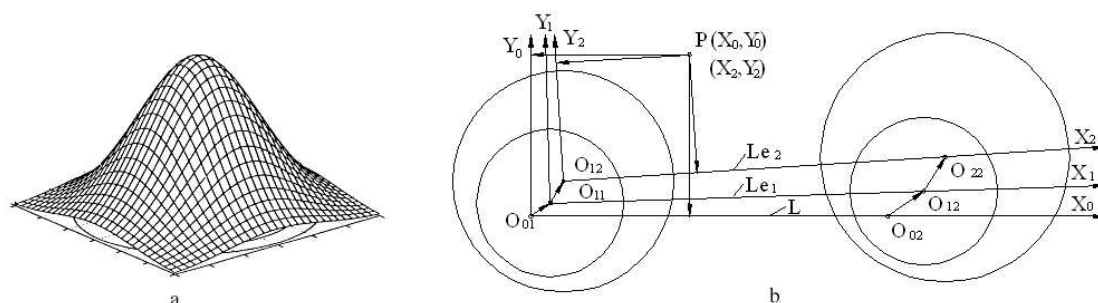


Figura 2. a- Reprezentarea spațială a repartiției poziției unui bolț / alezaj; b- Reprezentarea erorilor ansamblului 2A2B
 Figure 2. a- The spatial distribution of a pin or hole; b- Representation of the 2H2P errors

A doua sursă de erori sunt jocurile dintre cele două alezaje și bolțurile corespundente. Uzual, diametrele celor două tipuri de suprafețe cilindrice de centrare au repartiții normale. Jocul este diferența dintre diametrul unui alezaj și cel al unui bolț: $j = D - d$, unde D este diametrul unui alezaj și d al unui bolț. Modulul vectorului eroare-joc este cuprins între 0 și $j/2$. Direcția vectorului este o variabilă aleatoare cu repartiție uniformă între 0 și 2π .

The second sources of errors are the clearances between the holes and pins. Usually, the diameters of the cylindrical surfaces have normal distributions. The clearance is difference between the diameter of a hole and the pin: $c = D - d$, where D is the hole diameter and d is the pin diameter. The magnitudes of the second vector-error have a uniform distribution from 0 to $c/2$. The direction is random variables with a uniform distribution from 0 to 2π .

Ultima sursă de erori este variația distanțelor între axele alezajelor, bolțurilor.

The last source of errors is the variance of the distance between the pins, and between the holes.

Algoritmul propus simulează procesul de asamblare 2A2B, inclusiv micromișcările de poziționare și orientare necesare.

The proposed algorithm simulates de 2H2P assembly process, including necessary L&O micro-movements.

Variabilele de intrare sunt: distanța între axe, toleranțele de poziție a axelor alezajelor și bolțurilor (TPP_i , $i = 1, 2$) cu repartițiile aferente, abaterile superioare și inferioare ale celor două alezaje, bolțuri, repartițiile diametrelor suprafețelor de centrare, mărimea eșantionului și intervalul de încredere.

The input variables are: the distance between the centring axes, position tolerance of the pins, holes (TPP_i , $i = 1, 2$), upper and lower specification limits of holes and pins, respectively, distributions of the centring surfaces, sample size and the confidence interval.

Algoritmul se desfășoară în următorii pași:

The algorithm follows the next steps:

1. Se generează parametrii sistemului de coordonate 1 (vezi figura 2): vectorul eroare V_{1i} , $i = 1, 2$ ($V_{1i} = 0 \dots TPP_i/2$, α_{1i} indică direcția V_{1i}) (vezi figura 2b) caracterizează poziția actuală a axelor bolțurilor relativ la poziția nominală. În continuare este calculă distanța dintre axele a două bolțuri ($Le1$);
2. Sunt generate valorile aleatoare ale diametrelor bolțurilor și alezajelor;
3. Se calculează distanța între axele alezajelor ($Le2$), ca la punctul 1;
4. Dacă ansamblul nu este fezabil $\Delta = 0,5 \cdot (j_1 + j_2) - |L_{e1} - L_{e2}| < 0$ se trece la etapa de calcul 1, altfel se continuă cu etapa 5;
5. Este simulată asamblarea pieselor, asemănător experimentului acului lui Buffon. Dacă există intersecții între cercurile bolțurilor și alezajelor se

1. The geometrical parameters of the Cartesian coordinate system 1 are generated (see figure 2): error-vector V_{1i} , $i = 1, 2$ (magnitude = $0 \dots TPP_i/2$, α_{1i} dictates the direction of V_{1i}) (shown in figure 2b) is introduced to express the actual location of a bolt axis. The centre distance between the two pins ($Le1$) is calculated;
2. The random diameters of holes and bolts are calculated;
3. Centre distance between two holes ($Le2$) is calculated, like point 1;
4. If the assembly is not feasible $\Delta = 0,5 \cdot (j_1 + j_2) - |L_{e1} - L_{e2}| < 0$ then goto step 1, else continue;
5. Simulate the pieces assembly, like the dropping the Buffon needle. If there are an intersection between the bolts and holes then repeat the

- repetă procedura (se execută o micromișcare), în caz contrar se continuă cu 6;
- Pe baza rezultatelor etapei 5 se calculează parametrii sistemului de coordonate 2;
 - Sunt calculate coordonatele punctului $P(X_2, Y_2)$ prin două transformări de sisteme de coordonate;
 - Etapele 1...7 trebuie repetate de 250000 ... 1000000 ori, iar în final se face prelucrarea și interpretarea statistică a datelor de ieșire X_2, Y_2 .

Metoda propusă este corectă pentru cotare independentă, ansambluri 2A2B care îndeplinesc sau nu condiția asamblării în cazul cel mai dezavantajos (a doua variantă, cu un procent mic de ansambluri nefezabile este avantajoasă economic).

3. Rezultate obținute în diferite contexte de simulare

Pentru exemplificare s-a adoptat o pereche de componente cu $\Phi 12H6 - \Phi 12g6$, $L = 200$ mm, $TPp1 = TPp2 = 0,01$ mm.

S-a lucrat cu un eșantion $n = 500000$, cu un interval de încredere a ieșirilor de 0,9973, și cu repartiții normale ale dimensiunilor liniare.

În scopul analizării influenței poziției punctului investigat asupra erorilor, a fost utilizat un grid de puncte cu pas 50 mm (figura 3). Deoarece erorile de poziție sunt simetrice față de punctul C, a fost testată doar zona umbrită din figura 3 (punctele 1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3).

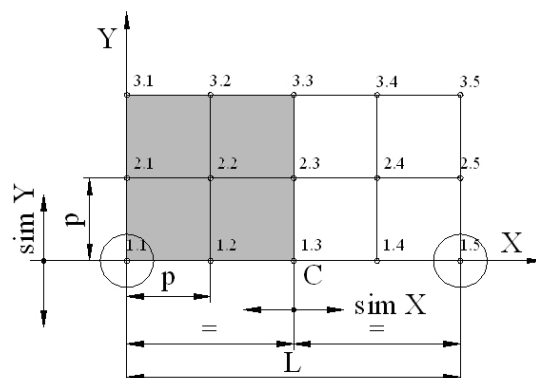


Figura 3. Gridul de puncte investigat
Figure 3. Investigated grid of points

S-au notat cu ϵ_x , ϵ_y , ϵ_r erorile de poziție ale punctelor pe X, Y respectiv combinația XY pe rază.

După cum se observă din tabelul 1, forma, orientarea și mărimea acestora diferă de la un punct la altul. De exemplu, pentru ϵ_r maximul este 0,099557, iar minimul 0,014993, deci o diferență de aprox. 50%.

Pentru determinarea influenței distanței dintre axele de centrare a fost investigat intervalul $L = 50 \dots 500$ mm, cu un pas de 50 mm. În figura 4

procedure (execution of a micro-movement), else continue;

- Based on results of point 5, the parameters of the coordinate system 2 are calculated;
- The effective coordinates of point $P(X_2, Y_2)$ can be easily calculated by two coordinate transformations;
- The calculating steps 1...7 are repeated $n = 250000 \dots 1000000$, and the results are processed.

The proposed method is valid if the RFS tolerancing is applied, the 2H2P assembly may be 100% “in-spec” (worst case) or not (is well known that by permitting a small fraction of assemblies to be “out-of-spec” the manufacturing costs can be reduced by increasing the tolerances).

3. Results under different simulation contexts

An example for a pair of components having $\Phi 12H6 - \Phi 12g6$, $L = 200$ mm, $TPp1 = TPp2 = 0.01$ mm was analyzed using the approach suggested above.

Sample size is $n = 500000$, the outputs confidence interval is 0.9973, and the normal distributions of the dimensions are considered.

For analysing the influence of the point location, were investigated a grid of points, the pitch of grid is 50 mm (figure 3). Because the location errors are symmetrical relative to point C, just the shadowed area is considered (the points 1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3).

Above ϵ_x , ϵ_y , ϵ_r are the X, Y and combined X and Y errors per radius, respectively.

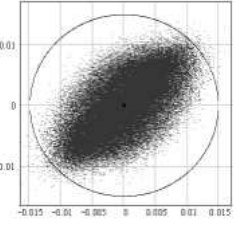
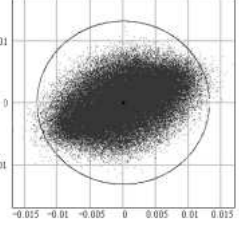
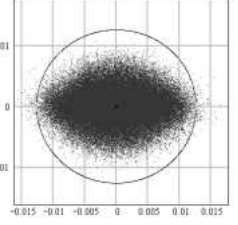
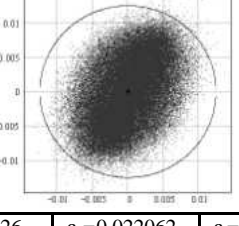
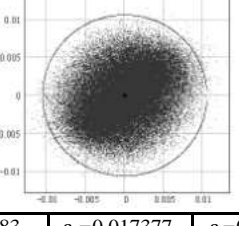
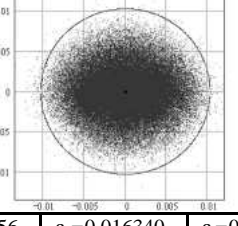
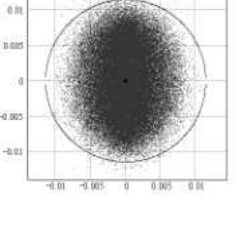
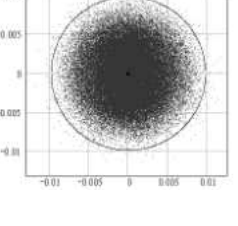
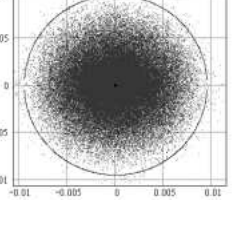
As you see in table 1, the shapes, the magnitudes and orientations of the errors are different. For example, max ϵ_r is 0.099557 and min ϵ_r is 0.014993, the difference is approx. 50%.

To explore the influence of the distance between the centering axes, were investigated $L = 50 \dots 500$ mm, the pitch is 50 mm. The figure 4

este reprezentată dependența rezultată din SMC, dintre L și eroarea de orientare a axei X_2 [10^{-4} rad]. Variația unghiulară a sistemului de coordonate $O_2X_2Y_2$ atașat piesei 2, afectează în principal ϵ_x .

represents the dependence between L and the angular error [10^{-4} rad] of the X_2 axis. The angular variance of the reference system $O_2X_2Y_2$ has a significant influence to ϵ_x .

Tabelul 1. Erorile de poziție ale punctelor investigate
Table 1. Location errors of the investigated points

$\epsilon_x=0.02478$	$\epsilon_y=0.022091$	$\epsilon_z=0.014993$	$\epsilon_x=0.024751$	$\epsilon_y=0.017351$	$\epsilon_z=0.013122$	$\epsilon_x=0.024782$	$\epsilon_y=0.016291$	$\epsilon_z=0.012582$
3.1 	3.2 	3.3 	2.1 	2.2 	2.3 	1.1 	1.2 	1.3 
$\epsilon_x=0.01950$	$\epsilon_y=0.022037$	$\epsilon_z=0.012515$	$\epsilon_x=0.019507$	$\epsilon_y=0.017433$	$\epsilon_z=0.010626$	$\epsilon_x=0.019503$	$\epsilon_y=0.016356$	$\epsilon_z=0.010248$
$\epsilon_x=0.017526$	$\epsilon_y=0.022062$	$\epsilon_z=0.011491$	$\epsilon_x=0.017383$	$\epsilon_y=0.017377$	$\epsilon_z=0.009842$	$\epsilon_x=0.017456$	$\epsilon_y=0.016340$	$\epsilon_z=0.009557$

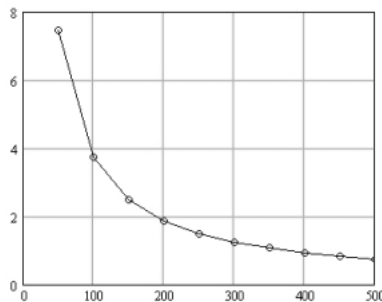


Figura 4. Dependența dintre eroarea de orientare a axei X_2 și distanța dintre axele de centrare
Figure 4. Influence of distance between the centering axes to the orientation accuracy of the X_2 axes

Determinarea influenței toleranței de poziție a bolțurilor și alezajelor de centrare ($TPp_i, i = 1, 2$) nu este o sarcină banală, deoarece la creșterea TPp din ce în ce mai multe ansambluri 2A2B nu mai sunt fezabile.

Pentru un ansamblu 2A2B cu $TPp1 = TPp2$, cu ajustajul standard ISO $\Phi 12H6 - \Phi 12g6$, și distanța între axe $L = 200$ mm, în cel mai dezavantajos caz (procent de asamblare 100%) rezultă $TPp = 0,003$ mm. Evident că această toleranță este neeconomică din punct de vedere tehnologic. Majorarea acesteia va duce la reducerea costurilor de producție a componentelor, dar nu toate piesele vor putea fi

Exploring the influence of the position tolerance of the pins, holes ($TPp_i, i = 1, 2$) is not a trivial task, because increasing TPp the more and more 2H2P assemblies are not feasible.

For a 2H2P assembly, having $TPp1 = TPp2$ and a fit specification according to the ISO standard of $\Phi 12H6 - \Phi 12g6$, $L = 200$ mm, in the worst case, when all components can be assembled, results $TPp = 0.003$ mm. Obvious this tolerance is too small for economic manufacturing. An increase in tolerances for individual dimensions could be obtained, and in turn, manufacturing costs could be

asamblate. Simulările arată că odată cu creșterea TPP cresc și toate erorile geometrice, dar într-o proporție mult mai mică.

Alt parametru important care influențează erorile geometrice ale ansamblului 2A2B este jocul mediu (j_{med}) între alezaje și bolțuri. Acesta este calculat ca distanța dintre mijloacele câmpurilor de toleranță. Două ansambluri 2A2B care au aceleași TPP și L, cu ajustaje având același joc mediu vor avea erori P&O egale. Dacă jocul crește se majorează de asemenea și erorile.

Pentru calculul rapid al erorilor de poziție ale unui punct situat pe una din componentele ansamblului 2A2B și pentru un interval de încredere mai mare decât 0,9973, sunt adevărate următoarele inegalități: $2\varepsilon_r \geq \varepsilon_y \geq \varepsilon_x \geq j_{med}$.

4. Concluzii

Pentru studiul statistic al erorilor geometrice 2D, ale ansamblului 2A2B s-a utilizat simularea Monte Carlo.

Rularea programului de simulare, implementat Mathcad, a condus la următoarele concluzii:

- timpul de rulare pentru obținerea unui set de rezultate este rezonabil, 2 minute pe un PC actual;
- influența distanței dintre axele de centrare asupra erorilor de poziție ale unui punct este minoră, dar cea a poziției punctului și a jocurilor medii dintre bolțuri și alezaje este mare.

References

1. Chase, R.W.: *Tolerance Analysis of 2-D and 3-D Assemblies*. ADCATS Report No. 99-4
2. Kang, Y.: *Computer Aided Fixture Design Verification*. Ph.D. Dissertation. Worcester Polytechnic Institute, December 2001
3. Raghu, A., Melkote, S.N.: *Prediction of workpiece location error due to fixture geometric errors and fixture-workpiece compliance*. Proceedings of IMECE'03 2003 ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition Washington, November 16-21, p. 1-8.
4. Shan, A., Roth, R.N., Wilson, R.J.: *A New Approach to Statistical Geometrical Tolerance Analysis*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology 15, 1999, p. 222-230
5. Glancy, C.G., Chase K. W.: *A Second-Order Method for Assembly Tolerance Analysis*. Proceedings of the 1999 ASME Design Engineering Technical Conferences September 12-15, 1999, Las Vegas, Nevada, p. 1-8
6. Gao, J., Chase, K.W., Magleby, S.P.: *Comparison of Assembly Tolerance Analysis by the Direct Linearization and Modified Monte Carlo Simulation Methods*. DE-Vol. 82, Vol. 1, ASME 1995. Proc. of the ASME Design Eng. Tech. Conferences Boston, Sept. 17-20, 1995, p. 353-360

Lucrare primită în Februarie 2009

Received in February 2009