

MODEL DE SOLICITARE ȘI DE MIȘCARE AL UNEI TRANSMISII CU TURAȚIE AUTOREGLABILĂ, PENTRU BICICLETE

STRAIN AND MOTION MODEL OF A SELF-ADJUSTING SPEED BICYCLE TRANSMISSION

Romeo CIOARĂ, Ovidiu SÎRBU
Transilvania University of Brasov, Romania

Rezumat. Pentru echiparea bicicletelor, o transmisie cu turație autoreglabilă, inovativă și simplă, ușor de personalizat la cerințele și performanțele diverșilor utilizatori, ar fi deosebit de avantajoasă din punct de vedere al biciclistului, care nu mai trebuie să fie preocupat de efectuarea periodică a reglajelor necesare pentru adecvarea deplasării bicicletei la condițiile de drum și de mediu, frecvent variabile.

Cei mai mulți utilizatori de biciclete sunt nepretențioși în ceea ce privește dotarea specială a bicicletei, relativ comozi, puțin interesați în a regla frecvent raportul de transmitere sau chiar deranjați de necesitatea efectuării acestui reglaj.

Lucrarea prezintă un model de solicitare și de mișcare al unei transmisii cu turație autoreglabilă, cu curea trapezoidală și variator cu discuri conice dispus doar pe arborele pedaliier. Modul de funcționare și de autoreglare al transmisiei rezultă clar și explicit.

Cuvinte cheie: transmisie cu curea, autoreglare, model de solicitare, bicicletă

1. Introducere

La marea majoritate a bicicletelor moderne se utilizează transmisii cu lanț pentru a face legătura cinematică între arborele pedaliier și arborele roții spate, roată motoare a bicicletei, și pentru a asigura acesteia o turație anume.

Prin reglarea raportului de transmitere se reglează în fapt viteza de deplasare a bicicletei pentru a o adecva dorinței biciclistului, condițiilor de drum și puterii dezvoltată la arborele pedaliier de către biciclist.

Modelul de mișcare și de solicitare al unei biciclete clasice [1], cu transmisie prin lanț, pune puternic în evidență necesitatea reglării raportului total de transmitere – prin acțiune directă a biciclistului – fie pentru a regla viteza de deplasare a bicicletei, fie pentru a compensa variația momentului de torsiune rezistent, deci a rezistenței la înaintare a bicicletei.

O transmisie cu turație autoreglabilă, inovativă și simplă, ușor de personalizat la cerințele și performanțele diverșilor utilizatori, este deosebit de avantajoasă din punct de vedere al biciclistului, care nu mai trebuie să fie preocupat de efectuarea periodică a reglajelor necesare pentru adecvarea

Abstract. The endowment of bicycles with a simple and innovative self-adjusting speed transmission, easily customizable in order to meet the requirements and performance of various users would be particularly beneficial from the bicycle rider's viewpoint, who would thus be relieved from performing periodical adjustments of bicycle motion to frequently varying road and environment conditions.

Most bicycle users are undemanding in relation to special endowments of the bicycle, as being relatively idle, uninterested in or even bothered by frequent manual changes of the transmission ratio.

The paper presents a strain and motion model of a self-adjusting speed transmission, with a V-belt and a cone-disk variator mounted only on the pedal spindle. Operation and self-adjusting of the transmission follow clearly and explicitly.

Key words: belt transmission, self-adjusting, strain-model, bicycle

1. Introduction

For the great majority of modern bicycles, chain gears are used in order to make the cinematic connection between the pedal spindle and the back wheel shaft, which is the bicycle driving wheel, and so as to ensure a certain rotative speed.

Through regulating the gear ratio, the bicycle advancement speed is in fact regulated, in order to make it adequate to the bicyclist's desire, the road conditions and the power developed at the pedal spindle by the bicyclist.

The model of movement and stress of a classical bicycle [1], with chain gearing, strongly emphasizes the necessity of adjusting the total gearing ratio – through the bicyclist's direct action – either for adjusting the advancement speed of the bicycle, or for compensating the variation of the resistant torsion moment, consequently of the road resistance.

Designing and using a gearing with self-adjusting rotative speed, innovative and simple, easy to personalize at the various bicyclists' requirements and performances, would be particularly advantageous from the bicyclist's standpoint, who should no longer be preoccupied

deplasării bicicletei la condițiile de drum și de mediu, frecvent variabile. Acest avantaj deosebit este însoțit și de simplificarea construcției transmisiei și de eliminarea unor subansambluri și repere cu cost relativ ridicat, ceea ce ar determina scăderea prețului bicicletei și implicit ar conduce o mai mare atractivitate față de acest mijloc de transport simplu și nepoluant.

Lucrarea de față prezintă un model de solicitare și de mișcare al transmisiei cu turație autoreglabilă, cu cureaua trapezoidală și variator cu discuri conice dispus doar pe arborele pedaliier. Modul de funcționare și de autoreglare al transmisiei rezultă clar și explicit.

2. Structura transmisiei cu turație autoreglabilă

Într-o lucrare anterioară au fost prezentate detaliat structura și modul de funcționare al transmisiei cu turație autoreglabilă. Ca urmare lucrarea de față necesită doar o scurtă prezentare a structurii transmisiei, reprezentată schematic în figura 1, unde se identifică:

- 1 – arborele pedaliier
- 2 – disc conic fix, solidar cu arborele pedaliier
- 3 – disc conic translatabil, canelat la interior, translatabil în lungul arborelui pedaliier
- 4 – arc elicoidal de compresiune
- 5 – cureaua trapezoidală
- 6 – rola întinzătorului
- 7 – brațul întinzătorului
- 8 – arcul întinzătorului
- 9 – cuplaj de depășire
- 10 – roata de cureaua de pe arborele pedaliier, solidară cu exteriorul cuplajului de depășire
- 11 – arborele roții spate.

with periodically effecting the necessary adjustments for adapting the bicycle advancement to the road and environmental conditions, which are frequently variable. This special advantage is further accompanied by the simplification of the transmission construction and by the elimination of relatively high cost sub-assemblies and parts, thus reducing bicycle cost and implicitly increasing the attractiveness of this simple and non-polluting means of transportation.

The paper presents a model of strain and motion of the self-adjusting speed V-belt transmission with a conical disk variator located only on the pedal spindle. Operation and self-adjustment result clearly and explicitly.

3. Structure of the transmission with self-adjustable rotative speed

Structure and operation of the self-adjusting speed transmission are presented in detail in a previous paper. Hence this paper requires but a short presentation of the structure of the transmission, represented in the schematic of figure 1, where:

- 1 – pedal spindle;
- 2 – fixed cone pulley, consistent with the pedal spindle;
- 3 – translatable cone pulley, grooved in the interior, translatable along the pedal spindle;
- 4 – coiled compression spring;
- 5 – trapezoidal belt;
- 6 – roll of the tightener;
- 7 – arm of the tightener;
- 8 – spring of the tightener;
- 9 – overtaking coupling;
- 10 – pulley wheel on the pedal spindle, consistent with the exterior of the overtaking coupling;
- 11 – back wheel shaft.

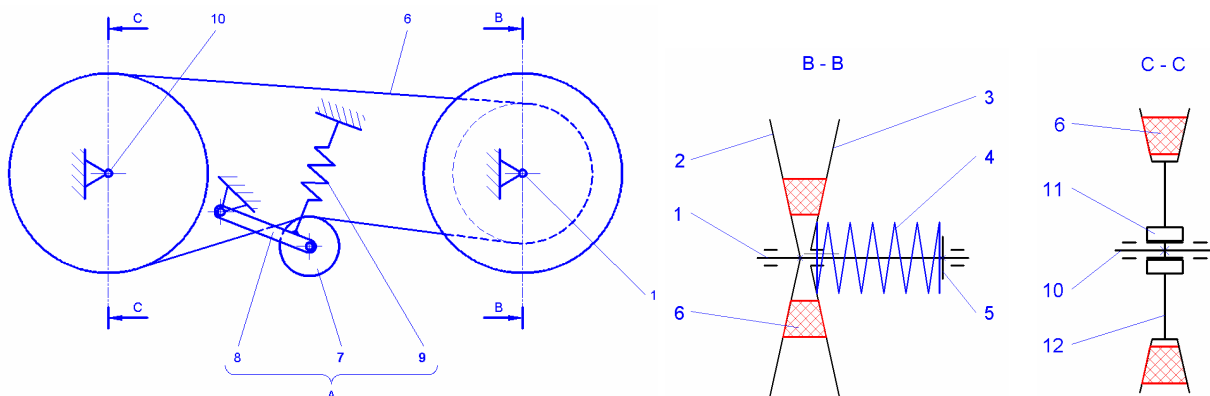


Figura 1. Structura transmisiei cu turație autoreglabilă
Figure 1. Structure of the self-adjusting speed transmission

3. Model de solicitare și de mișcare al transmisiei cu turație autoreglabilă

3.1. Notații utilizate

În plus față de notațiile utilizate la descrierea modelului de mișcare și de solicitare a unei biciclete clasice [1], pentru descrierea modelului de mișcare și de solicitare a bicicletei cu transmisie cu turație autoreglabilă se mai utilizează și notațiile:

D_x – diametrul primitiv instantaneu al „roții de curea” de pe arborele pedalier;

D_{rs} – diametrul primitiv al roții de curea de pe arborele roții spate;

γ – unghiul semiconului roții de curea;

α_{rp} – unghiul de înfășurare a curelei pe „roata de curea” de pe arborele pedalier;

α_{rs} – unghiul de înfășurare a curelei pe roata de curea de pe arborele roții spate;

α_{rp}^* – unghiul de înfășurare a curelei pe „roata de curea” de pe arborele pedalier în absența întinzătorului de curea;

α_{rs}^* – unghiul de înfășurare a curelei pe roata de curea de pe arborele roții spate în absența întinzătorului de curea;

ξ_{rp} – unghiul suplimentar de înfășurare a curelei pe „roata de curea” de pe arborele pedalier, ca urmare a prezenței întinzătorului;

ξ_{rs} – unghiul suplimentar de înfășurare a curelei pe roata de curea de pe arborele roții spate, ca urmare a prezenței întinzătorului;

δ_x – săgeata (deformația) arcului elicoidal de compresiune 4, coaxial cu arborele pedalier;

μ – coeficientul de frecare dintre cureaua trapezoidală și flancurile roților de curea.

3.2. Autoreglarea vitezei de deplasare a unei biciclete dotată cu transmisie cu turație autoreglabilă

Solicitarea generală a bicicletei dotată cu transmisie cu turație autoreglabilă este, evident, identică cu cea a unei biciclete clasice. Se face și precizarea că momentul de torsiune la arborele pedalier al transmisiei este același cu cel de la bicicleta clasică.

Evident, viteza de translație v_{trc} a curelei trapezoidale a transmisiei este egală atât cu viteza sa periferică din zona de contact cu „roata de curea” de pe arborele pedalier, cât și cu viteza sa periferică din zona de contact cu roata de curea de pe arborele roții spate:

$$v_{trc} = \pi \cdot D_x \cdot n_{ap} = \pi \cdot D_{rs} \cdot n_{rs} \quad (1)$$

Ca urmare viteza de deplasare a bicicletei are expresia (2).

3. Strain and movement model of the gearing with self-adjustable rotative speed

3.1. Used notations

Further to the notations used for describing the movement and stress model of a classical bike [1], for describing the movement and stress model of the bicycle with gearing with self-adjustable rotative speed, the notations are also used:

D_x – instantaneous primitive diameter of the “pulley wheel” on the pedal spindle;

D_{rs} – primitive diameter of the pulley wheel on the back wheel shaft;

γ – angle of the semi-cone of the pulley wheel;

α_{rp} – winding angle of the belt on the “pulley wheel” from the pedal spindle;

α_{rs} – winding angle of the belt on the pulley wheel from the back wheel shaft;

α_{rp}^* – winding angle of the belt on the “pulley wheel” from the pedal spindle in the absence of the belt tightener;

α_{rs}^* – winding angle of the belt on the “pulley wheel” from the back wheel shaft in the absence of the belt tightener;

ξ_{rp} – supplementary winding angle of the belt on the “pulley wheel” from the pedal spindle, following the presence of the tightener;

ξ_{rs} – supplementary winding angle of the belt on the “pulley wheel” from the back wheel shaft, following the presence of the tightener;

δ_x – arrow (deformation) of the coiled compression spring 4, coaxial with the pedal spindle;

μ – friction coefficient between the trapezoidal belt and the flanks of the pulley wheels.

3.2. Self-adjustment of the advancement speed of a bicycle provided with gearing with self-adjustable rotative speed

The general stress of the bicycle provided with gearing with self-adjustable rotative speed is obviously identical with the one of a classical bicycle. The specification is made that the torsion moment at the pedal spindle of the gearing is the same with the one of the classical bicycle.

Obviously, the translation speed v_{trc} of the trapezoidal belt of the transmission is equal both with its peripheral speed in the contact area with the “pulley wheel” on the pedal spindle and with its peripheral speed in the contact area with the pulley wheel on the back wheel shaft:

Consequently, the advancement speed of the bicycle has the expression (2).

$$v_b = \pi \cdot d_{rs} \cdot n_{rs} = \pi \cdot d_{rs} \cdot \frac{D_x}{D_{rs}} \cdot n_{ap}; \quad (2)$$

Aceasta pune explicit în evidență faptul că pentru o turație n_{ap} constantă la arbore pedaliier viteza bicicletei poate fi variabilă, liniar dependentă de diametrul instantaneu D_x al „roții de curea” de pe arborele pedaliier. Dacă $D_x \searrow$ atunci $v_b \searrow$, dacă $D_x \rightarrow$ atunci și $v_b \rightarrow$, iar dacă $D_x \nearrow$ atunci $v_b \nearrow$.

În ce mod se manifestă și de ce apare variația diametrului instantaneu D_x al „roții de curea” de pe arborele pedaliier rezultă din modelul de solicitare al transmisiei cu turație autoreglabilă.

3.3. Model de solicitare al unei biciclete cu transmisie cu turație autoreglabilă

În cadrul modelului de solicitare a unei biciclete clasice [1], s-a exprimat momentul de torsiune dezvoltat de biciclist la arborele pedaliier:

$$M_{tap} = b_p \cdot F_p = b_p \cdot k_p \cdot G_B \quad (3)$$

Evident, acesta are aceeași expresie și în cazul dotării bicicletei cu transmisia cu turația autoreglabilă în discuție, după cum rămân valabile și observațiile făcute în acel context.

Antrenarea în mișcare a curelei de transmisie se face de către „roata de curea” de pe arborele pedaliier prin frecare de înfășurare. Tot datorită frecării de înfășurare cureaua antrenează în mișcare de rotație roata de curea de pe arborele roții spate, dezvoltând momentul de torsiune $M_{trs} \equiv M_{antr} = M_{rez}$.

Forțele ce se dezvoltă în cureaua transmisiei sunt reprezentate în figura 2, unde sunt evidențiate și momentele de torsiune ce solicită transmisia.

It explicitly emphasizes that for a constant rotative speed n_{ap} at the pedal spindle, the speed of the bicycle may be variable, linearly dependant on the instantaneous diameter D_x of the “pulley wheel” on the pedal spindle. If $D_x \searrow$ then $v_b \searrow$, if $D_x \rightarrow$ then also $v_b \rightarrow$, and if $D_x \nearrow$ then $v_b \nearrow$.

In what way it manifests and why appears the variation of the instantaneous diameter D_x of the “pulley wheel” on the pedal spindle, it ensues from the stress model of the gearing with self-adjustable rotative speed.

3.3. Strain model of a bicycle with gearing with self-adjustable rotative speed

In the framework of the stress model of a classical bicycle [1], there was expressed the torsion moment developed by the bicyclist at the pedal spindle:

Obviously, it has the same expression as in the case of providing the bicycle with the gearing with self-adjusting rotative speed under discussion, the same way the observations made in that context remain valid.

Driving the gearing belt into motion is done by the “pulley wheel” on the pedal spindle through winding friction. Likewise due to the winding friction, the belt drives into rotation motion the pulley wheel on the back wheel shaft, developing the torsion moment $M_{trs} \equiv M_{antr} = M_{rez}$.

The forces which develop in the gearing belt are shown in figure 2, where there are also emphasized the torsion moments that stress the gearing.

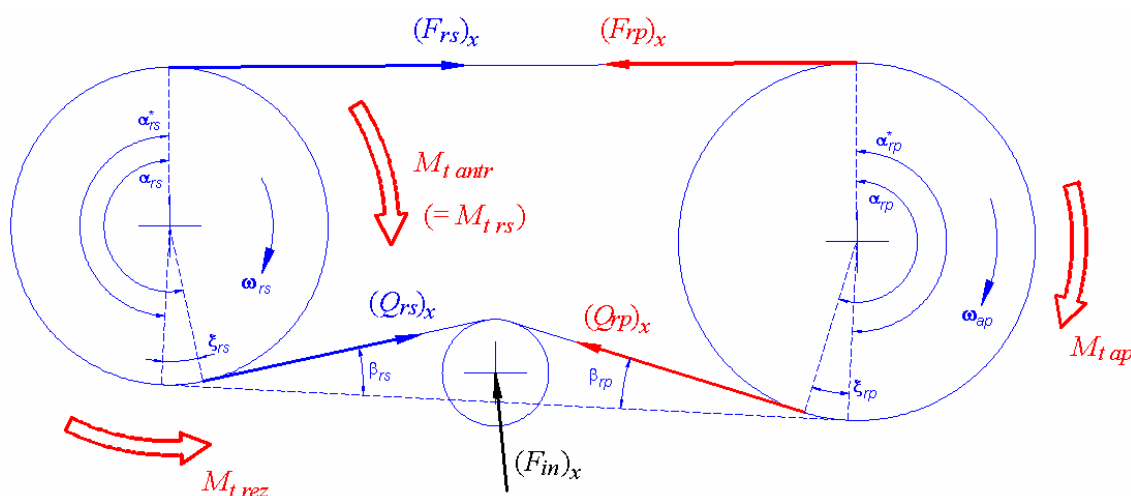


Figura 2. Forțele din cureaua transmisiei și unghiurile de înfășurare ale curelei pe roți
Figure 2. Forces in the gearing belt and winding angles of the belt on the wheels

Expresiile forțelor ce solicită cureaua transmisiei sunt:

The expressions of the forces that stress the gearing belt are:

$$F_{rp} = \frac{M_{tap}}{\frac{D_x}{2}} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}}}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1}; \quad (4)$$

$$Q_{rp} = \frac{M_{tap}}{\frac{D_x}{2}} \cdot \frac{1}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1}; \quad (5)$$

$$F_{rs} = \frac{M_{trs}}{\frac{D_{rs}}{2}} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}}}{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}} - 1}; \quad (6)$$

$$Q_{rs} = \frac{M_{trs}}{\frac{D_{rs}}{2}} \cdot \frac{1}{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}} - 1}. \quad (7)$$

Unghiurile de înfășurare α_{rp} și α_{rs} , puse explicit în evidență în figura 2, se determină cu relațiile:

The winding angles α_{rp} and α_{rs} , explicitly highlighted in figure 2, are determined with the relations:

$$\alpha_{rp} = \alpha_{rp}^* + \xi_{rp}; \quad \alpha_{rs} = \alpha_{rs}^* + \xi_{rs}; \quad \alpha_{rp}^* + \alpha_{rs}^* = 2\pi. \quad (8)$$

O poziționare adecvată a rolei întinzătorului poate determina egalitatea $\xi_{rp} = \xi_{rs} = \xi$.

An adequate positioning of the tightener roll may determine the equality $\xi_{rp} = \xi_{rs} = \xi$.

Echilibrul dintre forțele ce solicită cureaua de transmitere se exprimă prin relațiile

The equilibrium among the forces that stress the gearing belt are expressed through the relations

$$F_{rs} = F_{rp}; \quad (9)$$

$$\vec{Q}_{rp} + \vec{Q}_{rs} = \vec{F}_{in}. \quad (10)$$

Pe baza relației (9) este posibilă determinarea expresiei momentului de torsiune antrenor al roții spate:

On the basis of the relation (9) there is possible to determine the expression of the driving torsion moment of the back wheel:

$$\begin{aligned} F_{rs} = F_{rp} &\Rightarrow \frac{M_{trs}}{\frac{D_{rs}}{2}} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}}}{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}} - 1} = \frac{M_{tap}}{\frac{D_x}{2}} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}}}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow M_{trs} = M_{tap} \cdot \frac{D_{rs}}{D_x} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}} - 1}{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}}} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}}}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Domeniul de variație al valorilor unghiurilor α_{rp} și α_{rs} este mic și ca urmare influența variației lor asupra momentului de torsiune transmis la roata spate este suficient de redusă pentru a putea fi considerată constantă:

The range of variation for the values of the angles α_{rp} and α_{rs} is small and consequently the influence of their variation upon the torsion moment transmitted at the back wheel is sufficiently low as to be considered constant:

$$k_{\mu\alpha 1} = \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}} - 1}{e^{\mu \cdot \alpha_{rs}}} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}}}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1} \cong ct. \quad (12)$$

Ca urmare, dependența dintre momentul de torsiune la roata spate și momentul de torsiune dezvoltat de biciclist la arborele pedaliar se poate exprima prin relația

Consequently, the dependence between the torsion moment at the back wheel and the torsion moment developed by the bicyclist at the pedal spindle may be expressed through the relation

$$(M_{trs})_y = (M_{tap})_x \cdot \frac{D_{rs}}{D_x} \cdot k_{\mu\alpha l}, \quad (13)$$

care pune în evidență dependența invers proporțională a momentului de torsiune rezistent, egal cu momentul de torsiune cu care este antrenată roata spate, de diametrul instantaneu D_x al roții de curea de pe arborele pedalier a transmisiei.

Păstrând constant momentul de torsiune dezvoltat la arborele pedalier, odată cu creșterea momentului de torsiune rezistent scade implicit și diametrul instantaneu D_x , ceea ce va avea ca efect scăderea vitezei de deplasare a bicicletei, îndeplinindu-se astfel funcția de autoreglare a turației arborelui de ieșire al transmisiei, identic cu arborele roții spate a bicicletei.

Autoreglarea turației arborelui roții spate a bicicletei este echivalentă cu autoreglarea vitezei de deplasare a bicicletei.

3.4. Cerințe impuse întinzătorului de curea

Rezultanta forțelor $(Q_{rp})_x$ și $(Q_{rs})_x$ trebuie să fie dezvoltată de un întinzător. Orientarea acestei forțe este variabilă, cum de altfel este variabilă și valoarea forței necesar a fi dezvoltată de întinzător. Un arc asigură în mod simplu această funcție.

Această forță se determină cu expresia:

$$(F_{in})_x = \sqrt{(Q_{rp})_x^2 + (Q_{rs})_x^2 - 2 \cdot (Q_{rp})_x \cdot (Q_{rs})_x \cdot \cos(\xi_{rp} + \xi_{rs})}. \quad (14)$$

Pentru determinarea corectă a valorilor unghiurilor ξ_{rp} și ξ_{rs} trebuie cunoscute:

A – distanța dintre axa arborelui pedalier și axa roții spate;

L_p – lungimea (primitivă a) curelei de transmitere;

D_x – diametrul primitiv instantaneu al „roții de curea” de pe arborele pedalier;

D_{rs} – diametrul primitiv al roții de curea de pe arborele roții spate.

Este posibilă stabilirea unor expresii analitice pentru unghiurile ξ_{rp} și ξ_{rs} , utilitatea acestora fiind justificată doar pentru stabilirea variației necesare a forței ce trebuie dezvoltată de arcul întinzătorului. Pe de altă parte este puțin probabil sau neeficient a utiliza un întinzător cu caracteristică neliniară.

În consecință se recomandă determinarea, eventual prin metode grafice, a valorilor extreme ale forței necesar a fi dezvoltată de întinzător și aproximarea variației forței acestuia cu una liniară.

which emphasizes the inversely proportional dependence of the resistant torsion moment, equal with the torsion moment that the back wheel is driven with, on the instantaneous diameter D_x of the pulley wheel on the pedal spindle of the gearing.

Maintaining constant the torsion moment developed at the pedal spindle, once with the rise of the resistant torsion moment, there implicitly diminishes the instantaneous diameter D_x , which will result in the diminution of the advancement speed of the bicycle, there being fulfilled this way the self-adjusting function of the rotative speed of the outlet shaft of the gearing, identical with the back wheel shaft of the bicycle.

The self-adjustment of the rotative speed of the back wheel shaft of the bicycle is equivalent with the self-adjustment of the advancement speed of the bicycle.

3.4. Requirements imposed on the belt tightener

The resultant of the forces $(Q_{rp})_x$ and $(Q_{rs})_x$ must be developed by a tightener. The orientation of this force is variable, the same way there is variable the value of the force whom should necessarily be developed by the tightener. A spring simply ensures this function.

This force is determined with the expression:

For correctly determining the values of the angles ξ_{rp} and ξ_{rs} there must be known:

A – the distance between the axis of the pedal spindle and the axis of the back wheel;

L_p – the (primitive) length of the gearing belt;

D_x – the instantaneous primitive diameter of the “pulley wheel” on the pedal spindle;

D_{rs} – the primitive diameter of the pulley wheel on the back wheel shaft.

There is possible to determine analytical expressions for the angles ξ_{rp} and ξ_{rs} , their usefulness being only justified for establishing the necessary variation of the force that must be developed by the tightener spring. On the other hand, there is little probable or not efficient to use a tightener with non-linear characteristic.

Consequently, there is recommended to determine, possibly through graphical methods of the extreme values of the force which must be developed by the tightener and to approximate the variation of its force with a linear one.

4.5. Forțele ce soliciță discurile conice și arcul de compresiune coaxial cu arborele pedalier

Rezultanta $(F_{Rp})_x$ a forțelor $(F_{rp})_x$ și $(Q_{rp})_x$ este

$$\begin{aligned} \overline{(F_{Rp})_x} &= \overline{(F_{rp})_x} + \overline{(Q_{rp})_x}; \\ (F_{Rp})_x &= \sqrt{(F_{rp})_x^2 + (Q_{rp})_x^2 - 2 \cdot (F_{rp})_x \cdot (Q_{rp})_x \cdot \cos \alpha_{rp}}. \end{aligned} \tag{15}$$

Deoarece unghiul α_{rp} nu este mult diferit de 180° se poate aproxima $\cos \alpha_{rp} \cong -1$ și ca urmare

$$\begin{aligned} (F_{Rp})_x &\cong \sqrt{(F_{rp})_x^2 + (Q_{rp})_x^2 + 2 \cdot (F_{rp})_x \cdot (Q_{rp})_x} = (F_{rp})_x + (Q_{rp})_x = \\ &= \frac{(M_{tap})_x}{\frac{D_x}{2}} \cdot \left(\frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}}}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1} + \frac{1}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1} \right) = \frac{(M_{tap})_x}{\frac{D_x}{2}} \cdot \frac{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} + 1}{e^{\mu \cdot \alpha_{rp}} - 1} = \frac{2 \cdot (M_{tap})_x}{D_x} \cdot k_{\mu \alpha 2} \end{aligned} \tag{16}$$

Rezultanta $(F_{Rp})_x$ se descompune în două forțe normale de apăsare, $(F_{Rps})_x$ și $(F_{Rpd})_x$, pe discurile conice laterale ale părții din față ale transmisiei (figura 3):

$$(F_{Rps})_x = (F_{Rpd})_x = \frac{(F_{Rp})_x}{2 \sin \gamma}. \tag{17}$$

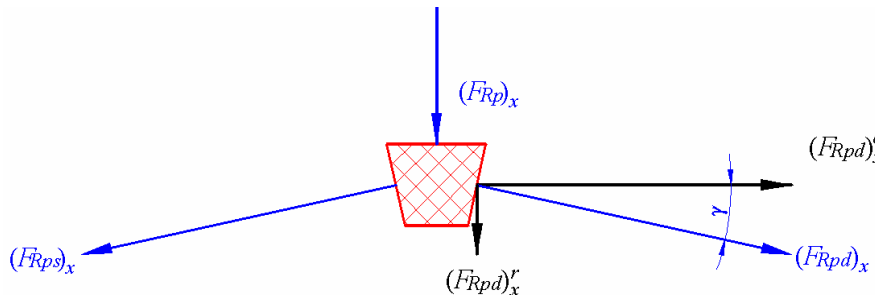


Figura 3. Descompunerea rezultantei forțelor ce soliciță discurile conice de pe arborele pedalier al transmisiei
Figure 3. Decomposition of the resultant of forces on the cone-disks of the transmission pedal spindle

La rândul lor, fiecare dintre componentele $(F_{Rps})_x$ și $(F_{Rpd})_x$ se descompun în câte două forțe: două paralele cu axa arborelui roții spate, $(F_{Rps})_x^a$ și $(F_{Rpd})_x^a$, și două perpendiculare pe axa aceluiași arbore, $(F_{Rps})_x^r$ și $(F_{Rpd})_x^r$, figura 3.

Discul conic din stânga este fix, solidar cu arborele pedalier, astfel că ambele componente ale forței $(F_{Rps})_x$ care îl soliciță se descarcă direct în acesta.

Discul conic din dreapta este însă mobil, translatabil în lungul arborelui pedalier de-a lungul unor caneluri, și ca urmare componentei paralele cu axa arborelui pedalier a forței $(F_{Rpd})_x$,

4.5. Forces that strain the cone pulleys and the coiled compression spring, coaxial with the pedal spindle

The resultant $(F_{Rp})_x$ of the forces $(F_{rp})_x$ and $(Q_{rp})_x$ is

As the angle α_{rp} does not much differ from 180° there may be approximated $\cos \alpha_{rp} \cong -1$ and consequently

The resultant $(F_{Rp})_x$ decomposes in two normal pressing forces, $(F_{Rps})_x$ and $(F_{Rpd})_x$, on the lateral cone pulleys of the front part of the gearing (figure 3):

In their turn, each of the components $(F_{Rps})_x$ and $(F_{Rpd})_x$ decompose in two forces: two of them parallel with the axis of the back wheel shaft, $(F_{Rps})_x^a$ and $(F_{Rpd})_x^a$, and the other two perpendicular on the axis of the same shaft, $(F_{Rps})_x^r$ and $(F_{Rpd})_x^r$, figure 3.

The cone pulley to the left is fixed, consistent with the pedal spindle, so that both components of the force $(F_{Rps})_x$ stressing it directly discharge in this one.

The cone pulley to the right is however mobile, translatable along the pedal spindle, along some grooves, and consequently the component parallel with the axis of the pedal spindle of the force $(F_{Rpd})_x$,

$$(F_{Rpd})_x^a = (F_{Rpd})_x \cdot \cos \gamma, \quad (18)$$

care îl soliciță din partea curelei transmisiei, trebuie să i se opună o forță exterioară autoadaptabilă. Această funcție este asigurată de arcul elicoidal de compresiune 4, montat pretensionat, coaxial cu arborele pedalier și solidar la rotație cu acesta, arc ce dezvoltă instantaneu forța $(F_A)_x$:

$$(F_{Rpd})_x^a = (F_{Rpd})_x \cdot \cos \gamma = \frac{(F_{Rp})_x}{2 \cdot tg\gamma} = (F_A)_x \Rightarrow (F_{Rp})_x = 2 \cdot (F_A)_x \cdot tg\gamma. \quad (19)$$

Forța dezvoltată de arcul 4 este liniar dependentă de săgeata (comprimarea) sa, δ_x ,

$$(F_A)_x = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot n \cdot D_m^3} \cdot \delta_x = k_A \cdot \delta_x, \quad (20)$$

unde G – modulul transversal al materialului arcului; d – diametrul spirei arcului; n – numărul de spire active ale arcului; D_m – diametrul mediu al arcului.

Pe de altă parte, deformația arcului și implicit forța dezvoltată de acesta este liniar dependentă de deplasarea axială a discului conic mobil al roții de curea de pe arborele pedalier:

$$\delta_x = \delta_{\min} + \frac{D_{\max} - D_x}{2} \cdot tg\gamma; \quad (21)$$

$$(F_A)_x = k_A \cdot \delta_x = k_A \cdot \delta_{\min} + k_A \cdot \frac{D_{\max} - D_x}{2} \cdot tg\gamma.$$

Este de precizat că forța de pretensionare a arcului este $(F_A)_{\min} = k_A \cdot \delta_{\min}$.

O reprezentare grafică a corespondenței dintre deformația arcului, forța dezvoltată de acesta și deplasarea axială a conului mobil al variatorului se prezintă în figura 4.

Relația dintre momentul de torsiune la arborele pedalier și forța arcului este

$$\frac{2 \cdot (M_{tap})_x}{D_x} \cdot k_{\mu\alpha 2} \cong (F_{Rp})_x = 2 \cdot (F_A)_x \cdot tg\gamma \Rightarrow (M_{tap})_x = \frac{tg\gamma}{k_{\mu\alpha 2}} \cdot D_x \cdot (F_A)_x, \quad (22)$$

relație ce pune în evidență dependența momentului de torsiune la arborele pedalier simultan liniară de diametrul instantaneu al roții de curea și de forța dezvoltată de arcul 4.

Dacă momentul de torsiune la arborele pedalier se păstrează constant, creșterea valorii momentului de torsiune rezistent determină simultan scăderea diametrului instantaneu D_x și creșterea valorii forței $(F_A)_x$ dezvoltată de arcul 4.

which stresses it from the gearing belt, must be opposed by a self-adaptable external force. This function is ensured by the coiled compression spring 4, installed in a pre-tensioning manner, coaxial with the pedal spindle and consistent in rotation with this one, a spring which instantaneously develops the force $(F_A)_x$:

The force developed by the spring 4 is linearly dependant on its arrow (compression), δ_x ,

where G – transversal modulus of the spring material; d – diameter of the spring coil; n – number of active coils of the spring; D_m – medium diameter of the spring.

On the other hand, the deformation of the spring and implicitly the force developed by this one is linearly dependant on the axial shift of the mobile cone pulley of the pulley wheel on the pedal spindle:

The pre-tensioning force of the spring is $(F_A)_{\min} = k_A \cdot \delta_{\min}$.

A graphical representation of the correspondence among the spring deformation, the force developed by this one and the axial shift of the mobile cone of the variator is shown in figure 4.

The relation between the torsion moment at the pedal spindle and the force of the spring is

relation that emphasizes the dependence of the torsion moment at the pedal spindle, simultaneous, linear, on the instantaneous diameter of the pulley wheel and on the force developed by the spring 4.

If the torsion moment at the pedal spindle keeps constant, the rise of the value of the resistant torsion moment simultaneously determines the diminution of the instantaneous diameter D_x and the rise of the value of the force $(F_A)_x$ developed by the spring 4.

Luând în considerare ecuația (13) și ecuația anterioară, se poate pune în evidență relația dintre momentul de torsiune rezistent la roata spate a bicicletei și forța dezvoltată de arcul 4:

$$(M_{trs})_y = \frac{k_{\mu\alpha 1}}{k_{\mu\alpha 2}} \cdot tg\gamma \cdot D_{rs} \cdot (F_A)_x \quad (23)$$

Considering the equation (13) and the previous equation, there may be highlighted the relation between the resistant torsion moment at the back wheel of the bicycle and the force developed by the spring 4:

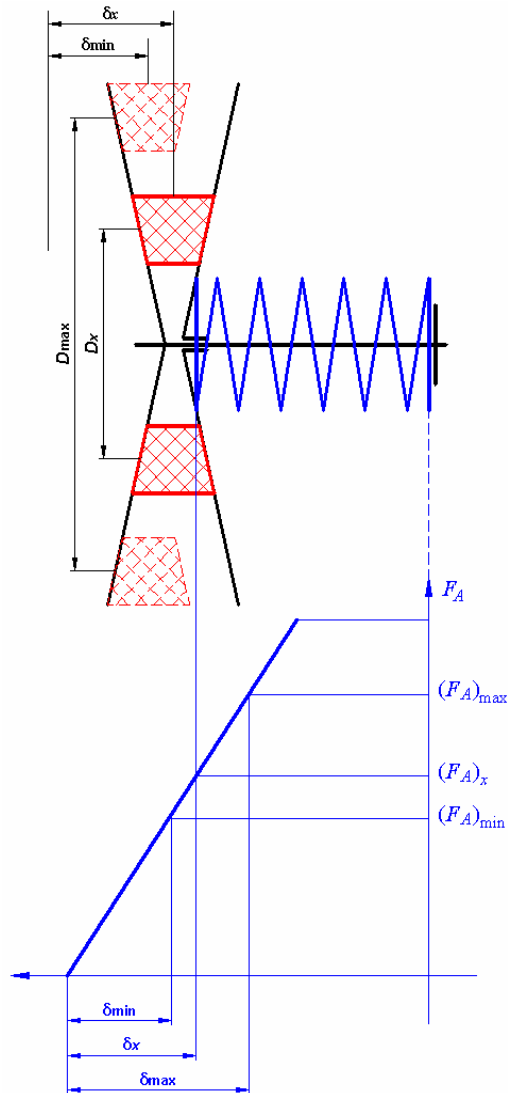


Figura 4. Corespondența grafică dintre deformația arcului, forța dezvoltată de acesta și deplasarea axială a conului mobil al variatorului

Figure 4. Graphical correspondence between the spring deformation, the force developed by this one and the axial shift of the mobile cone of the variator

Dependența este liniară. Creșterea valorii momentului de torsiune rezistent determină creșterea în același raport a forței arcului 4, ceea ce are ca efect comprimarea acestuia, deci scăderea diametrului instantaneu D_x și pe cale de consecință scăderea turației roții spate, deci scăderea vitezei de deplasare a bicicletei.

The dependence is linear. The rise of the value of the resistant torsion moment determines the rise to the same ratio of the force of the spring 4, which results in its compression, therefore in the diminution of the instantaneous diameter D_x and consequently the diminution of the rotative speed of the back wheel, therefore the diminution of the advancement speed of the bicycle.

În acest context este utilă punerea în evidență a dependenței directe a momentului de torsiune la roata spate de diametrul instantaneu D_x :

$$(M_{trs})_y = \frac{k_{\mu\alpha 1}}{k_{\mu\alpha 2}} \cdot tg\gamma \cdot D_{rs} \cdot \left(k_A \cdot \delta_{\min} + k_A \cdot \frac{D_{\max} - D_x}{2} \cdot tg\gamma \right). \quad (24)$$

Relația anterioară subliniază și ea faptul că momentul de torsiune la roata spate are o variație liniară în raport cu diametrul instantaneu D_x .

5. Concluzii

Bicicleta este un mijloc de agrement și de transport urban modern și nepoluant, foarte îndrăgit și foarte utilizat.

Apar tot mai frecvent soluții constructive novatoare, care prefigurează schimbări atât privind designul bicicletei viitorului [7, 8], cât și în ceea ce privește transmisia utilizată [2, 3, 4, 5, 6].

O transmisie cu turație autoreglabilă este resimțită ca o necesitate, în special de utilizatori nepretențioși în ceea ce privește dotarea specială a bicicletei, relativ comozi, puțin interesați în a regla frecvent raportul de transmitere sau chiar deranjați de necesitatea efectuării acestui reglaj.

Este elaborat și se află în procedură de brevetare un concept nou de transmisie cu turație autoreglabilă. Un model matematic al transmisiei confirmă că aceasta funcționează conform cu obiectivele avute în vedere la conceperea ei.

References

1. Cioară, R., Sîrbu, O.: *A Movement and Strain Model of the Bicycle*. RECENT, vol. 11 (2010), no. 1(28), p. 11-22, ISSN 1582-0246, Brasov, Romania
2. Corson, E.: *Attachable bicycle transmission*. Patent US 2006/0175795, Aug. 10, 2006
3. Jung, Y.C.: *Automatic transmission for bicycle*. Patent PCT/KR98/00332, Jun. 22, 1999
4. Liu, W.-C., Liu, S.-W.: *Bicycle*. Patent US 2010/0327551, Dec. 30, 2010
5. Matsumoto, S., Inoue, N., Tsukada, Y.: *Continuously variable transmission for bicycles*. Patent US 7,004,487, Feb. 28, 2006
6. Wang, S.-L.: *Driving mechanism and a bicycle using the same*. Patent US 2010/0253037, Oct. 7, 2010
7. <http://www.google.co.uk/search?q=Di-Cycle>
8. <http://www.yikebike.com/>

Lucrare primită în ianuarie 2011

Received in January 2011