

COMPORTAREA DINAMICĂ A SUPAPELOR DE LIMITARE A PRESIUNII

DYNAMICAL BEHAVIOUR OF PRESSURE LIMITING VALVES

Ion BALCU, Ioan ROȘCA, Cosmin Constantin BORICEAN

Transilvania University of Brasov, Romania

Rezumat. În lucrarea de față se prezintă modelarea matematică a supapei de limitare a presiunii, folosită în instalațiile hidraulice, și metoda de analiză a stabilității supapei de presiune, bazată pe diagrama Ince-Strutt.

Abstract. In this paperwork there are highlighted aspects regarding mathematical modeling of pressure limiting valves, used on hydraulic systems, and also aspects related to stability analysis methods based on Ince-Strutt diagram.

Cuvinte cheie: supapă, Ince-Strutt, comportare dinamică

Key words: valve, Ince-Strutt, dynamic behaviour

1. Introducere

Supapele de limitare a presiunii sunt elemente ale instalațiilor care au rolul de a menține sau de a regla presiunea uleiului în conformitate cu cerințele impuse la proiectarea instalațiilor. În cele ce urmează se analizează comportarea supapelor de limitare a presiunii în următoarele ipoteze:

- 1- conducta dintre pompă și supapă este scurtă și rigidă;
- 2- variațiile presiunii p_1 a uleiului care intră în supapă sunt pur armonice;
- 3- presiunea p_2 a uleiului care iese din supapă este mult mai mică decât p_1 ;
- 4- secțiunea transversală a conductei de alimentare a supapei este comparabilă cu secțiunea transversală a conductei de evacuare.

Aceste ipoteze pot fi acceptate, cu o bună aproximație, cel puțin în studiile privind comportarea transmisiilor hidraulice ale autovehiculelor pe standul de probă.

2. Ecuația de mișcare a masei mobile a supapei

Elementele constructive de bază ale supapelor folosite la transmisiile hidraulice ale autovehiculelor evințiate în figura 1, iar în figura 2 este prezentată poziția instantanee a masei mobile a supapei.

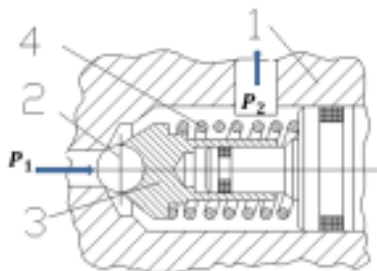


Figura 1. Componentele valvei
Figure 1. Valve components

1. Introduction

Pressure limiting valves that are integrated in hydraulic systems have the role of maintaining, or controlling the oil pressure in accordance with requirements imposed at the level of designing hydraulic systems. In the followings there is analyzed the behavior of pressure limiting valves using the followings simplifying hypothesis:

- 1- the pipeline between the pump and valve is of a short length and it is considered to be rigid;
- 2- the pressure variations p_1 of the oil that enters the valve have a harmonic form;
- 3- pressure p_2 of the oil that exists the valve is much smaller than pressure p_1 ;
- 4- the cross section of the supply pipeline of the valve is similarly with the cross section of the exhaust pipeline.

The hypothesis mentioned above can be accepted with good approximation, studying the field studies involving the behavior of the hydraulic transmissions of vehicles on the test rig.

2. The motion equation of the mobile valve mass

The main building elements of the valves used on vehicles hydraulic transmissions are presented in figure 1, and figure 2 showing the instantaneous position of the valve mobile mass.

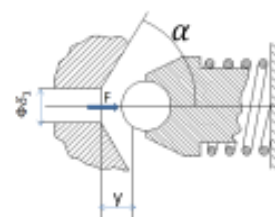


Figura 2. Poziția masei mobile a valvei
Figure 2. Position of valve mobile mass

unde: 1- carcasă; 2- bilă; 3- supapă; 4- arc.

În baza principiului lui D'Alambert, ecuația de mișcare a masei supapei este:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t), \quad (1)$$

unde [1, 2, 5]:

$$m = m_{23} + (0.33 \div 0.5) \cdot m_4, \quad (2)$$

$$F = A_1 \cdot p_1(t) - A_2 \cdot p_2(t) - k \cdot y_0 - F_h(t), \quad (3)$$

$$A_1 = \pi \frac{d_1^2}{4}, \quad A_2 = \pi \frac{d_2^2}{4}, \quad (4)$$

$$F_h = A_1 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \rho \cdot \cos \alpha. \quad (5)$$

În relațiile (1) ÷ (5):

m_{23} este masa elementelor 2 și 3 din figura 1;
 m_4 – masa arcului elicoidal;
 c – coeficientul de amortizare vâscoasă a mediului;
 k – constanta elastică a arcului;
 y_0 – comprimarea inițială a arcului;
 F_h – forța de rezistență hidraulică (datorată curgerii uleiului prin supapă);
 A_1 – aria secțiunii transversale a conductei de alimentare a supapei;
 A_2 – aria secțiunii transversale a conductei de evacuare;
 v_1 – viteza de curgere a uleiului prin conducta de alimentare;
 v_2 – viteza de curgere a uleiului prin conducta de evacuare;
 ρ – densitatea uleiului;
 α – semiunghiul conului scaunului supapei.

Pentru valori nu prea mari ale deplasării instantanee, $y < y_0$, se poate considera că debitul uleiului care trece prin supapă este dat de relația [1]:

$$\Delta Q = A_1 \cdot V_1 = \pi \cdot d_1 \cdot y \cdot V_2 \cdot C_p \cdot \sin \alpha, \quad (6)$$

în care C_p este un coeficient care ține seama de destinderea uleiului la curgerea sa turbulentă prin interstițiul creat de deschiderea supapei.

În conformitate cu [1, 5], viteza V_2 este:

$$V_2 = C_v \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot [P_1(t) - P_2(t)]}, \quad (7)$$

unde C_v poartă numele de coeficient al vitezei de evacuare. Combinând relațiile (5) ÷ (7) rezultă:

$$F_h = \lambda_1 \cdot [P_1(t) - P_2(t)] \cdot y(t), \quad (8)$$

unde:

$$\lambda_1 = \pi \cdot d_1 \cdot C_p \cdot C_v^2 \cdot \sin 2\alpha. \quad (9)$$

where: 1- housing; 2- ball; 3- valve; 4- spring.

Using D'Alambert principle, the equation of the motion of valve mobile mass is:

where [1, 2, 5]:

$$m = m_{23} + (0.33 \div 0.5) \cdot m_4, \quad (2)$$

$$F = A_1 \cdot p_1(t) - A_2 \cdot p_2(t) - k \cdot y_0 - F_h(t), \quad (3)$$

$$A_1 = \pi \frac{d_1^2}{4}, \quad A_2 = \pi \frac{d_2^2}{4}, \quad (4)$$

$$F_h = A_1 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \rho \cdot \cos \alpha. \quad (5)$$

In relations (1) ÷ (5):

m_{23} is the mass of elements 2 and 3 from figure 1;
 m_4 – the helicoidal spring mass;
 c – viscous damping coefficient;
 k – the spring elastic constant;
 y_0 – initial spring compression;
 F_h – hydraulic resisting force (due to oil flow thru valve);
 A_1 – area of the cross section of the valve supply pipeline;
 A_2 – area of the cross section of the valve exhaust pipeline;
 v_1 – oil flow speed through the supply pipeline;
 v_2 – oil flow speed through the exhaust pipeline;
 ρ – oil density;
 α – semiangle of the cone of the valve seat.

For values not so large of the instantaneous motion $y < y_0$ it can be considered that oil discharge that passes the valve is given by equation [1]:

where C_p represents a coefficient that considers the discharge of the oil, that flows with a turbulence character over the interstitium generated at the valve opening.

According to [1, 5], the speed V_2 is:

where C_v is the exhaust speed coefficient. Combining equations (5) ÷ (7) results:

Ținând seama de relațiile (3) și (8), ecuația de mișcare (1) devine:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = A_1 \cdot P_1(t) - A_2 \cdot P_2(t) - \lambda_1 \cdot [P_1(t) - P_2(t)] \cdot y - k \cdot y_0. \quad (10)$$

În general, presiunea $P_2(t)$ este în funcție de $y(t)$ și timp, iar $P_1(t)$ variază în timp ca urmare, în primul rând, a principiului de funcționare a pompei de alimentare. Într-o primă aproximație, prin acceptarea ipotezelor 1÷4, $P_2 = 0$, (caz frecvent luat în considerare în literatura de specialitate), ecuația (10) se poate considera în forma particulară:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = A_1 \cdot P_1(t) - \lambda_1 \cdot P_1(t) \cdot y - k \cdot y_0, \quad (11)$$

în care:

$$P_1(t) = P_{10} + \Delta P_1 \cdot \cos \omega_1 t, \quad (12)$$

prin ω_1 notându-se pulsația uleiului trimis în supapă.

Notând:

$$\lambda_2 = k + \lambda_1 \cdot P_{10}; \quad \lambda_3 = \lambda_1 \cdot \Delta P_{10} \quad (13)$$

$$F_0 = A_1 \cdot P_{10} - k \cdot y_0; \quad \Delta F_0 = A_1 \cdot \Delta P_{10} \quad (14)$$

din (11) ÷ (14) rezultă:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + (\lambda_2 + \lambda_3 \cos \omega_1 t)y = F_0 + \Delta F_0 \cdot \cos \omega_1 t, \quad (15)$$

Folosind schimbarea de variabilă:

Using the variable changing:

$$y = z \cdot e^{-\frac{c}{2m}t}, \quad (16)$$

ecuația (15) devine:

equation (15) becomes:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + f(t) \cdot z = f_1(t), \quad (17)$$

în care [4, 5]:

in which [4, 5]:

$$f(t) = \frac{\lambda_2}{m} + \frac{\lambda_3}{m} \cdot \cos \omega_1 t - \frac{c^2}{4m^2} \quad (18)$$

$$f_1(t) = \left(\frac{F_0}{m} + \frac{\Delta F_0}{m} \cdot \cos \omega_1 t \right) \cdot e^{\frac{c}{2m}t}$$

Notând:

Noting:

$$\psi = \frac{1}{2} \omega_1 t \Rightarrow dt = \frac{2}{\omega_1} d\psi, \quad (19)$$

ecuația (17) capătă forma:

equation (17) has the following form:

$$\frac{d^2 z}{d\psi^2} + (a + 2q \cdot \cos 2\psi) \cdot z = f_2(\psi), \quad (20)$$

unde:

where:

$$a = \frac{1}{m^2 \omega_1^2} (4m\lambda_2 - c^2); \quad q = \frac{2\lambda_3}{m\omega_1^2}, \quad (21)$$

iar $f_2(\Psi)$ are expresia:

and $f_2(t)$ has the following form:

$$f_2(\Psi) = \frac{4}{\omega_1^2} f_1(t). \quad (22)$$

Rezolvarea ecuației (20) ridică probleme deosebite, din acest motiv, în cele ce urmează se va soluționa numai problema stabilității supapei folosind ecuația tip Mathieu rezultată din (20) pentru $f_2(\psi) = 0$.

În condițiile instabilității, supapa intră într-un regim necontrolat de funcționare, vibrațiile puternice care apar influențând puternic și asupra nivelului de zgomot din circuitul hidraulic. Apariția fenomenului este posibil la deschiderea și închiderea supapei, în condițiile unei variații bruște a presiunii uleiului etc. De menționat că funcționarea stabilă sau instabilă a supapei depinde exclusiv de parametrii ei constructivi, nu și de perturbația $f_1(t)$.

La baza analizei stabilității soluției ecuației Mathieu

$$\frac{d^2 z}{d\psi^2} + (a + 2q \cdot \cos 2\psi) \cdot z = 0 \tag{23}$$

stă diagrama Ince-Strutt, descrisă în lucrările de specialitate [5-8], și prezentată în figura 3.

Resolving equation (20) involves special problems, and for this reason in the followings it will be solved only the valve stability problem using the Mathieu type equation resulted from (20) for $f_2(\psi) = 0$.

In unstable conditions the valve entries in an uncontrolled functioning regime, vibrations intensity that appear influencing the noise level of the hydraulic system. The appearance of the phenomena is possible at the opening and closing of valve, in conditions of almost instantaneous variations of oil pressure. It is to be mentioned that the stable or unstable functioning depends exclusively on the constructive parameters and not on perturbation $f_1(t)$.

The basis of stability analysis using Mathieu equation

is represented by Ince-Strutt diagram described in studies [5-8], and presented in figure 3.

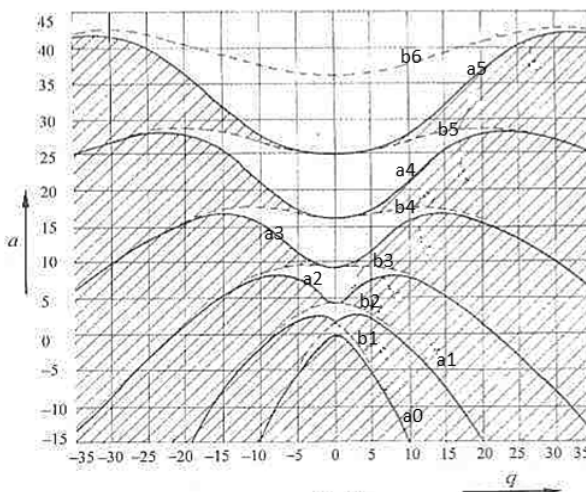


Figura 3. Diagrama Ince-Strutt
Figure 3. Ince-Strutt diagram

În Diagrama Ince-Strutt limitele domeniilor de instabilitate (hașurate) corespund soluțiilor periodice ale ecuației (23) și au ca ecuații așa numitele funcții Mathieu [7]:

In the Ince-Strutt diagram the boundary of the instability domain correspond to the periodic solutions of equation (23) and have as equations the so called Mathieu functions [7]:

$$a_0(q) = -\frac{1}{2}q^2 + \frac{7}{128}q^4 - \frac{29}{2304}q^6 + \dots$$

$$b_1(q) = 1 - q - \frac{1}{8}q^2 + \frac{1}{64}q^3 - \frac{1}{1536}q^4 - \frac{11}{36864}q^5 + \dots$$

$$a_1(q) = 1 + q - \frac{1}{8}q^2 - \frac{1}{64}q^3 - \frac{1}{1536}q^4 - \frac{11}{36864}q^5 + \dots$$

$$b_2(q) = 4 - \frac{1}{12}q^2 + \frac{5}{13824}q^4 - \frac{289}{79626240}q^6 + \dots$$

$$a_2(q) = 4 + \frac{5}{12}q^2 - \frac{763}{13824}q^4 + \frac{1002401}{79626240}q^6 - \dots$$

$$b_3(q) = 9 + \frac{1}{16}q^2 - \frac{1}{64}q^3 + \frac{13}{20480}q^4 + \frac{5}{16384}q^5 - \frac{1961}{23592960}q^6 + \dots$$

$$a_3(q) = 9 + \frac{1}{16}q^2 - \frac{1}{64}q^3 + \frac{13}{20480}q^4 - \frac{5}{16384}q^5 - \frac{1961}{23592960}q^6 - \dots$$

3. Concluzii

În diagrama Ince-Strutt limitele domeniilor de stabilitate corespund soluțiilor periodice ale ecuației (23) și au ca descrieri analitice așa-numitele funcții Mathieu. În lucrarea [7] se arată că, dacă parametrul q este suficient de mic, atunci, în planul q - a , zonele de instabilitate se reduc la șirul de puncte (0;1), (0;4), (0;9), (0;16) etc. În cazul general, însă, decizia asupra stabilității sau instabilității sistemului descris de ecuația (23) trebuie să se ia în funcție de localizarea punctului $(q;a)$ în diagrama Ince-Strutt.

Eliminând unul din parametrii m și ω_1 , din (21) rezultă ecuația dreptei $a = a(q)$. Reprezentarea acesteia în diagrama Ince-Strutt permite a preciza valorile critice ale lui a și q . Apoi, cu valorile lui a și q astfel determinate, din relațiile (21) rezultă valorile critice ale unora din parametrii m , c , ω_1 , λ_2 etc. în funcție de ceilalți considerați dați.

Acknowledgement

This paper is supported by the Sectoral Operational Programme Human Resources Development (SOP HRD), financed from the European Social Fund and by the Romanian Government under the contract number POSDRU/88/1.5/S/59321.

References

1. Ionescu, F. (1981) *Modelarea matematică și simularea numerică structurată a supapelor de limitare a presiunii* (Mathematical Modeling and Structured Numerical Simulation of Pressure Limiting Valve). St. Cerc. Mec. Apl., Vol. 43, București, România (in Romanian)
2. Mazilu, I. (1982) *Sisteme hidraulice automate* (Automatic Hydraulic Systems). Editura Academiei R.S. România, București, România (in Romanian)
3. Oprean, A. (1982) *Accionări hidraulice. Elemente și Sisteme* (Hydraulics. Elements and Systems). Editura Tehnică, București, România (in Romanian)
4. Chiriacescu, S.T., Balcu, I. (1984) *Cercetări teoretice și experimentale asupra zgomotelor și vibrațiilor la transmisiile hidraulice* (Theoretical and Experimental Research on Noise and Vibration on Hydraulic Transmissions). Research Contract, Brașov, România (in Romanian)
5. Chiriacescu, S.T. (1990) *Stability in dynamics of the metal cutting*. Elsevier, Amsterdam, Holland
6. Chiriacescu, S.T. (1984) *Vibrații în construcția de mașini* (Vibration in Machine Building). Editura Universității Transilvania din Brașov, România (in Romanian)
7. Chiriacescu, S.T. (2007) *Sisteme mecanice liniare* (Mechanical Linear Systems). Editura Academiei Române, ISBN 978-973-27-1492-8, București, România (in Romanian)
8. Ignatyev A.O. (1997) *Stability of linear oscillator with variable parameter*. Electronic Journal of Differential, No. 17, pp- 1-6

Lucrare primită în mai 2012

Received in May 2012